



A. RAZET

Validation de méthodes par une constante fondamentale

Validation of methods from a fundamental constant

Annick RAZET, Olivier HOUSSIN et Jean BASTIE

LNE-INM/CNAM, 61 Rue du Landy, F-93210 La Plaine – Saint - Denis, France, razet@cnam.fr.

Résumé

Nous présentons une détermination de la constante de Planck à partir de mesures radiométriques utilisant un détecteur fonctionnant en régime de comptage de photons et deux méthodes radiométriques absolues : une source de photons corrélés et le radiomètre à substitution électrique. Cette mesure nous a permis de démontrer la validité de ces deux méthodes absolues.

MOTS CLÉS : VALIDATION DE MÉTHODES, RADIOMÉTRIE, CONSTANTE DE PLANCK, RADIOMÈTRE À SUBSTITUTION ÉLECTRIQUE, SOURCE DE PHOTONS CORRÉLÉS.

Abstract

We present a determination of Planck's constant from radiometric measurements using an optical detector operating in photon counting mode and two absolute radiometric methods : a source of correlated photons and an electrical substitution radiometer. This measurement allows one to demonstrate the consistency of the two radiometric methods.

KEY WORDS: VALIDATION OF METHODS, RADIOMETRY, PLANCK'S CONSTANT, ELECTRICAL SUBSTITUTION RADIOMETER, SOURCE OF CORRELATED PHOTONS.

1. Introduction

Les constantes fondamentales sont actuellement proposées pour l'évolution des définitions des unités de base du Système international d'unités. Dans le domaine des rayonnements optiques, la constante de Planck h relie l'énergie E et la fréquence ν d'un photon.

Cet article présente comment la détermination de cette constante à partir de mesures radiométriques utilisant un détecteur fonctionnant en régime de comptage de photons et deux méthodes radiométriques absolues : une source de photons corrélés donnant accès au nombre de photons à la fréquence ν par unité de temps [1,2] et un radiomètre à substitution électrique mesurant la puissance du faisceau monochromatique [3], a été utilisée pour valider la réalisation de l'unité radiométrique de flux par deux méthodes différentes.

2. Détermination de la constante de Planck à partir de mesures radiométriques

2.1. Principe

Le détecteur mis en œuvre pour la détermination de la constante de Planck est un détecteur quantique fonctionnant en régime de comptage de photons. Il est capable de détecter des photons individuels grâce à un très fort gain. Une des caractéristiques les plus importantes et les plus influentes sur le taux de comptage est le temps mort. Il caractérise l'intervalle de temps durant lequel le photodétecteur ne peut pas détecter de photons.

L'efficacité quantique $\eta_0(\lambda)$ d'un tel détecteur (CP), en l'absence de temps mort, est donnée par l'expression suivante :

$$\eta_0(\lambda) = \frac{M}{(1 - M \cdot \tau) \cdot N} \quad (1)$$

où M est le nombre d'impulsions par unité de temps délivré par le détecteur, τ son temps mort et N le nombre de photons incidents par unité de temps à la longueur d'onde λ arrivant sur le détecteur.

De cette expression, on peut en déduire le nombre de photons à la longueur d'onde λ arrivant sur le détecteur :

$$N = \frac{M}{(1 - M \cdot \tau) \cdot \eta_0(\lambda)} \quad (2)$$

Le nombre de photons N incidents est directement lié à la puissance P reçue par le détecteur :

$$P = N h \frac{c_0}{\lambda}, \quad (3)$$

où h est la constante de Planck et c_0 la vitesse de la lumière dans le vide.

A partir des relations (2) et (3), nous pouvons en déduire une expression pour la constante de Planck :

$$\begin{aligned} h &= \frac{P \cdot \lambda}{N \cdot c_0} = \frac{\eta_0(\lambda) \cdot (1 - M \cdot \tau) \cdot P \cdot \lambda}{M \cdot c_0} \\ &= \frac{\eta_0(\lambda) \cdot (1 - M \cdot \tau) \cdot P}{M \cdot \nu} \end{aligned} \quad (4)$$

où la fréquence ν du faisceau incident est $\nu = \frac{c_0}{\lambda}$.

Le principe de la détermination de la constante de Planck va consister à utiliser deux détecteurs, l'un donnant la puissance lumineuse P et l'autre le nombre de photons N par unité de temps.

2.2. Montage expérimental

Le détecteur donnant le nombre de photons N est le détecteur (CP), celui donnant la puissance P est un détecteur piège, lui-même raccordé à la référence nationale française, le radiomètre à substitution électrique cryogénique à la longueur d'onde λ de 633 nm. La puissance P reçue par le détecteur (CP) est obtenue à partir de celle mesurée par le détecteur piège et l'efficacité quantique du détecteur (CP), pour la détermination du nombre de photons N , est obtenue en utilisant une méthode utilisant une source de photons corrélés.

La figure 1 présente le principe du montage expérimental pour la détermination de la constante de Planck. Le détecteur (CP) était un module de comptage de photons de chez Perkin Elmer SPCM-AQR-14 référencé CP-00-A. Ce détecteur ne pouvait pas mesurer des puissances supérieures à 5 pW pour la longueur d'onde de 633 nm. Le détecteur piège référencé P-01-A, associé à sa chaîne de mesure, n'était pas adapté pour mesurer des puissances inférieures à 15 nW. Une densité neutre de 3,9, étalonnée en transmission, était placée devant le détecteur (CP) afin de diminuer la puissance incidente. A l'aide d'une table de translation, les détecteurs piège et (CP) étaient alternativement placés sur le chemin du faisceau optique.

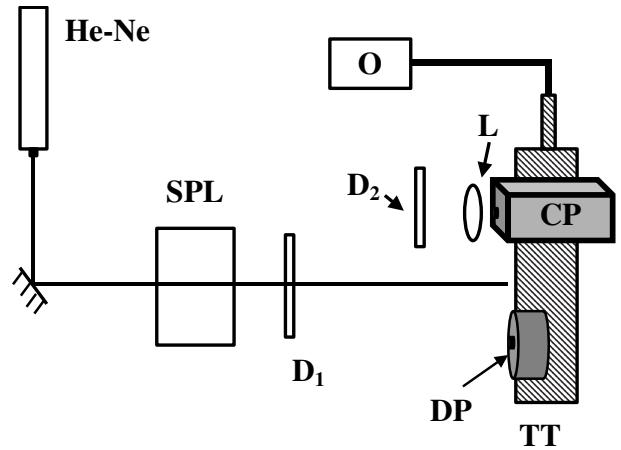


Fig. 1. – Montage expérimental pour la détermination de la constante de Planck ; He-Ne : laser hélium-néon à 633 nm, SPL : stabilisateur de puissance laser, D_1 : densité neutre commune, D_2 : densité neutre étalonnée, L : lentille, DP : détecteur piège référencé P-01-A, CP : détecteur fonctionnant en régime de comptage de photons référencé CP-00-A, TT : table de translation, O : ordinateur.

Un laser He-Ne à la longueur d'onde de 633 nm et stabilisé en puissance était utilisé comme source optique. La stabilité de ce laser était d'environ 10^{-4} pour des puissances comprises entre 50 μ W et 300 μ W sur une période de 15 min. La longueur d'onde dans le vide du laser était mesurée avec un lambdamètre. Le faisceau laser était atténué à l'aide d'une densité neutre commune de 3,45. Une lentille en verre BK7 de focale 26 mm était placée devant le détecteur (CP).

La puissance P reçue par le détecteur (CP) est donnée par :

$$P = \alpha_{\text{densité}} \cdot \alpha_{\text{lentille}} \cdot P_{\text{piège}}, \quad (5)$$

où $\alpha_{\text{densité}}$ et α_{lentille} sont les transmissions respectivement de la densité neutre de 3,9 et de la lentille et $P_{\text{piège}}$ est la puissance mesurée à partir du détecteur piège.

Le détecteur piège était constitué de trois photodiodes Hamamatsu S1227-16. Le signal issu de ce détecteur était amplifié à travers un convertisseur courant-tension. La sortie de convertisseur était envoyée à l'entrée d'un voltmètre numérique. La sensibilité de ce détecteur piège était obtenue par comparaison avec le radiomètre à substitution électrique cryogénique à la longueur d'onde de 633 nm [4].

La mesure des impulsions M à la sortie du détecteur (CP) se faisait à l'aide d'un compteur de photons double voie.

2.3. Détermination de l'efficacité quantique du détecteur CP-00-A

Pour déterminer la constante de Planck h , nous devons connaître l'efficacité quantique du détecteur CP-00-A. Cette efficacité quantique est obtenue à partir d'une méthode utilisant une source de photons corrélés.

Ces photons corrélés sont générés dans un cristal non linéaire à partir d'un processus de conversion paramétrique. Associée à un système de comptage de coïncidences, cette source permet la mesure de l'efficacité quantique de détecteurs fonctionnant en régime de comptage de photons sans sources ni détecteurs de référence. Les détails de cette mesure sont décrits dans les références [1,2]. Dans cet article, seuls le principe et le résultat pour le détecteur CP-00-A sont présentés.

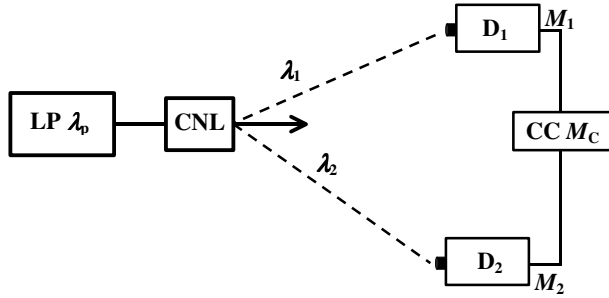


Fig. 2. – Principe de la mesure absolue de l'efficacité quantique ; LP : laser pompe, λ_p : longueur d'onde du laser pompe, CNL : cristal non linéaire, λ_1 et λ_2 : longueurs d'onde résultant de la conversion paramétrique, D_1 : détecteur 1, D_2 : détecteur 2, M_1 et M_2 : nombres d'impulsions, CC : compteur de coïncidences, M_c : nombre de coïncidences

La figure 2 présente le principe de la mesure absolue de l'efficacité quantique. A l'intérieur du cristal, les photons issus du laser pompe sont convertis en paires de photons corrélés avec comme contrainte la conservation de l'énergie et de l'impulsion :

$$\begin{cases} h\nu_p = h\nu_1 + h\nu_2 \\ \vec{k}_p = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \end{cases} \quad (6)$$

où h est la constante de Planck, ν et \vec{k} sont respectivement les fréquences des photons et les vecteurs d'onde (à l'intérieur du cristal), les indices se rapportent au faisceau pompe (p) et aux paires de photons (1 et 2) provenant de la conversion paramétrique.

Les nombres d'impulsions à la sortie des deux photodétecteurs sont respectivement donnés par :

$$\begin{cases} M_1 = \eta_1(\lambda_1) \cdot \alpha_1 \cdot N_1 \\ M_2 = \eta_2(\lambda_2) \cdot \alpha_2 \cdot N_2 \end{cases} \quad (7)$$

où $\eta_1(\lambda_1)$ et $\eta_2(\lambda_2)$ sont les efficacités quantiques des deux détecteurs D_1 et D_2 , respectivement aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des faisceaux corrélés, α_1 et α_2 sont respectivement la transmission totale sur les voies optiques 1 et 2, et N_1 et N_2 les nombres de photons arrivant respectivement sur les deux détecteurs.

Le nombre d'impulsions M_c correspondant aux coïncidences entre les photons provenant de la voie 1 et ceux provenant de la voie 2 est donné par la relation :

$$M_c = \eta_1(\lambda_1) \cdot \eta_2(\lambda_2) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot N_c \quad (8)$$

où N_c est le nombre de photons corrélés. Dans le cas de la conversion paramétrique, le nombre de photons incidents sur chacune des deux voies est précisément égal au nombre N_c de coïncidences $N_1 = N_2 = N_c$. Des équations (7) et (8), les valeurs absolues de $\eta_1(\lambda_1)$ et $\eta_2(\lambda_2)$ des deux détecteurs D_1 et D_2 sont obtenues à partir des mesures de M_c , M_1 et M_2 :

$$\begin{aligned} \eta_1(\lambda_1) &= \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{M_c}{M_2} \\ \eta_2(\lambda_2) &= \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{M_c}{M_1} \end{aligned} \quad (9)$$

En l'absence des deux temps morts des détecteurs τ_1 et τ_2 , ces efficacités quantiques deviennent :

$$\begin{aligned} \eta_{0,1}(\lambda_1) &= \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{M_c}{M_2} \cdot \frac{1}{(1 - M_1 \cdot \tau_1)} \\ \eta_{0,2}(\lambda_2) &= \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{M_c}{M_1} \cdot \frac{1}{(1 - M_2 \cdot \tau_2)} \end{aligned} \quad (10)$$

Dans l'expérience réalisée, le laser pompe était un laser à argon ionisé à 351 nm. Le cristal non linéaire était un cube d'iodate de lithium (LiIO_3) de 10 mm de côté. Notre étude portait sur la détermination de l'efficacité quantique du détecteur CP-00-A, à la longueur d'onde de 633 nm. La conversion paramétrique faisant intervenir des faisceaux corrélés, la longueur d'onde jumelle à celle de 633 nm avait pour valeur 789 nm compte tenu de la longueur d'onde du faisceau pompe de 351 nm.

La valeur de l'efficacité quantique en l'absence de temps mort, du détecteur, à la longueur d'onde de 633 nm était :

$$\eta_0(\lambda = 633 \text{ nm}) = 0,7412(83) \quad ,$$

où le nombre entre parenthèses est la valeur numérique de l'incertitude type. L'incertitude type relative associée à ce résultat était de 1,1 %.

2.4. Résultats

La constante de Planck est donnée par la relation (4). Une série de mesures comporte 20 mesures de flux P à partir du détecteur piège et 20 acquisitions d'impulsions M à partir du compteur sur une période de 1 s, sous des conditions de répétabilité. La valeur de la densité neutre, $\alpha_{\text{densité}}$, a été déterminée directement dans les conditions d'utilisation, en utilisant le détecteur piège. La transmission de la lentille a été obtenue à partir d'un montage expérimental utilisant un laser He-Ne à la longueur d'onde de 633 nm et le détecteur piège associée à une sphère intégratrice [1,2]. Cinquante séries ont été faites sous des conditions de reproductibilité [1,2,5]. Ces mesures ont été faites sur plusieurs jours, durant lesquels le montage expérimental a été démonté et ré-installé.

Le tableau 1 présente le budget d'incertitudes (avec un coefficient d'élargissement $k = 1$) de la valeur de la constante de Planck sur une série dans des conditions de répétabilité. L'incertitude type associée à la détermination de la constante de Planck est de l'ordre de $1 \cdot 10^{-35}$ J.s.

La valeur de la constante de Planck, donnée comme résultat final, est une moyenne sur cinquante séries de mesures dans des conditions de reproductibilité. La dispersion associée à ces résultats, calculée en utilisant l'écart type expérimental, est de $2,3 \cdot 10^{-35}$ J·s.

La valeur de la constante de Planck obtenue est :

$$h = 6,62 (23) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} ,$$

où le nombre entre parenthèses est la valeur numérique de l'incertitude type. L'incertitude type relative associée à ce résultat est 3,4 %.

Tableau 1
Budget d'incertitude associé à la détermination de la constante de Planck.

Grandeur	Incertitude type	Coefficient de sensibilité	Contribution à l'incertitude type
$\eta_0 (\lambda = 633 \text{ nm})$	$u(\eta_0 (\lambda = 633 \text{ nm})) = 8,3 \cdot 10^{-3}$	$c_1 = 8,7 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	$7,2 \cdot 10^{-36} \text{ J}\cdot\text{s}$
M	$u(M) = 1,7 \cdot 10^3 \text{ coups}\cdot\text{s}^{-1}$	$c_2 = 2,1 \cdot 10^{-40} \text{ coups}^{-1}\cdot\text{s}^2$	$3,6 \cdot 10^{-37} \text{ J}\cdot\text{s}$
$P_{\text{piège}}$	$u(P_{\text{piège}}) = 4,4 \cdot 10^{-12} \text{ W}$	$c_3 = 4,1 \cdot 10^{-26} \text{ s}^2$	$1,8 \cdot 10^{-37} \text{ J}\cdot\text{s}$
c	$u(c) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	/	/
τ	$u(\tau) = 2 \cdot 10^{-9} \text{ s}$	$c_5 = 2,8 \cdot 10^{-27} \text{ J}$	$5,6 \cdot 10^{-36} \text{ J}\cdot\text{s}$
λ	$u(\lambda) = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}$	$c_6 = 1 \cdot 10^{-27} \text{ J}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{-39} \text{ J}\cdot\text{s}$
α_{lentille}	$u(\alpha_{\text{lentille}}) = 1 \cdot 10^{-3}$	$c_7 = 7 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	$7,0 \cdot 10^{-37} \text{ J}\cdot\text{s}$
$\alpha_{\text{densité}}$	$u(\alpha_{\text{densité}}) = 7,9 \cdot 10^{-7}$	$c_8 = 5,1 \cdot 10^{-30} \text{ J}\cdot\text{s}$	$4,0 \cdot 10^{-36} \text{ J}\cdot\text{s}$
h			$1,0 \cdot 10^{-35} \text{ J}\cdot\text{s}$

3. Conclusion

La valeur obtenue pour la constante de Planck est en accord, aux incertitudes types près, avec celle recommandée dans le CODATA [6] qui est $6,626 069 3 (11) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ où le nombre entre parenthèses correspond à l'incertitude type. Ce résultat permet de valider les deux méthodes radiométriques absolues utilisées pour sa détermination.

Les principales causes d'incertitudes associées à la détermination de cette constante de Planck sont la détermination de l'efficacité quantique et le temps mort du détecteur fonctionnant en régime de comptage de photons ainsi que la détermination du facteur de transmission de la densité neutre. Des travaux en cours sur des sources émettant des "photons sur demande" permettraient, dans le futur, d'obtenir une meilleure détermination de l'efficacité quantique de ce type de détecteur. L'incertitude associée au temps mort pourrait être améliorée en utilisant un montage électronique plus performant. Un détecteur piège fonctionnant à plus faible flux permettrait l'utilisation d'une densité neutre de plus faible valeur dans le montage expérimental. La mesure d'une telle densité neutre pourrait être réalisée avec une plus faible incertitude. Une exactitude de l'ordre de 10^{-4} pourrait probablement être envisagée dans un proche avenir.

Références

- [1] GHAZI-BELLOUATI A., RAZET A., BASTIE J. et HIMBERT M.E., « Référence radiométrique pour les mesures de faible flux par conversion paramétrique », *Revue française de métrologie*, **1**, 2005, 27-33.
- [2] GHAZI-BELLOUATI A., RAZET A., BASTIE J., HIMBERT M.E., DEGIOVANNI I.P., CASTELLETO S. et RASTELLO M.L., "Radiometric reference for weak radiations: comparison of methods", *Metrologia*, **42**, 2005, 271-277.
- [3] TOUAYAR O., COUTIN J.-M. et BASTIE J., « Le radiomètre cryogénique : référence primaire du BNM-INM pour les mesures de rayonnements optiques », *Bulletin du BNM*, **117**, 1999, 35-44.
- [4] COUTIN J.-M., « Étalonnage du détecteur piège P-00-A », *Rapports internes INM*, 2003 et 2005.
- [5] HOUSSIN O., « Détermination de l'efficacité quantique de détecteurs de référence à différentes longueurs d'onde pour les mesures de rayonnements optiques à faible flux », *Mémoire Ingénieur Cnam Paris*, 2006.
- [6] MOHR P.J. et TAYLOR B.N., "CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2002", *Rev. Mod. Phys.*, **77**, 2005, 1-107.