



N. Feltin

Un nouvel outil pour la métrologie électrique : le dispositif à un électron

A future tool for electrical metrology: single electron tunneling devices

Nicolas FELTIN¹, Laurent DEVOILLE¹, Barthélémy STECK¹, François PIQUEMAL¹,
Christian ULYSSE² et Yong JIN²

¹ Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE), 29 avenue Roger Hennequin, F-78197 Trappes Cedex, nicolas.feltin@lne.fr.

² Laboratoire de Photonique et de Nanostructures (CNRS/LPN), Route de Nozay, F-91460 Marcoussis.

Résumé

Dans le cadre des activités de métrologie fondamentale en électricité, le LNE développe un étalon de courant électrique basé sur l'effet tunnel à un électron (SET). Associé aux effets Josephson et Hall quantique, utilisés depuis 1990 dans les Laboratoires Nationaux de Métrologie afin de reproduire le volt et l'ohm, l'effet tunnel mono-électronique permettra à terme de boucler le triangle métrologique. Cette expérience consiste à appliquer la loi d'ohm directement aux grandeurs impliquées dans ces trois phénomènes quantiques. L'objectif principal est de tester la cohérence des constantes de Josephson K_J , de von Klitzing R_K et de Q_x défini comme étant un estimateur de la charge de l'électron, e , à un niveau d'incertitude de 10^{-8} . Cet article fait le point sur la théorie du blocage de Coulomb et de l'effet tunnel, sur les progrès réalisés dans le domaine des dispositifs mono-électroniques depuis les origines jusqu'à nos jours, et décrit les différentes applications industrielles et métrologiques. Le montage expérimental du LNE est décrit et les premiers résultats sont donnés.

MOTS CLÉS : MÉTROLOGIE ÉLECTRIQUE, EFFET TUNNEL À UN ÉLECTRON, THÉORIE DU BLOCAGE DE COULOMB, POMPE À ÉLECTRON.

Abstract

In the framework of its fundamental electrical metrology activities, the LNE is developing a current standard based on single electron tunneling (SET) effect. Combined with Josephson effect and Quantum Hall effect, used in National Metrology Laboratories since 1990, in order to reproduce volt and ohm, the single electron effect will allow closing the quantum metrological triangle. This experiment consists of

applying ohm's law directly to the quantities related to the SET, the ac Josephson and quantum Hall effect. Testing the coherence of the constants (Josephson constant K_J , von Klitzing constant R_K and a new constant Q_x defined as an estimate of e) involved in these three physical phenomena and at a level of uncertainty of one part of 10^{-8} , is the ultimate aim. This article reviews tunnelling and Coulomb blockade theory, the advances in single electron devices from the origins up today, and describes the various metrological and industrial applications. A description of LNE's experimental set-up and the first results are given.

KEY WORDS: ELECTRICAL METROLOGY, SINGLE ELECTRON TUNNELLING EFFECT, COULOMB BLOCKADE THEORY, ELECTRON PUMP.

1. Introduction

L'ampère est défini comme « l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force de $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur ». Jusqu'à aujourd'hui, la réalisation directe de l'ampère s'effectue grâce à un électrodynamomètre avec une incertitude de 10^{-5} . La détermination du rapport gyromagnétique du proton permet de le réaliser de manière indirecte avec une incertitude de 10^{-6} . La

balance du watt combinée avec la détermination de l'ohm devrait à terme conduire à une réalisation de l'ampère à quelques 10^{-8} [1]. Cependant, de manière pratique dans le système international d'unités (SI), la réalisation et la reproduction de l'ampère, ainsi que la détermination de ses multiples et sous multiples passent par les étalons de résistance et de force électromotrice en appliquant la loi d'ohm [2]. Toute intensité de courant comprise entre 100 pA et 10 kA est ainsi raccordée à l'ohm et au volt par des mesures de la tension aux bornes d'une résistance. Une incertitude de 10^{-6} est obtenue pour des intensités de courant comprises entre 10 μ A et 10 mA. Pour les valeurs inférieures à 100 pA, une variation de tension aux bornes d'un condensateur, de capacité connue, chargé par le très faible courant à déterminer, est mesurée sur une certaine durée.

Avec l'avènement de la métrologie quantique, les nouveaux dispositifs utilisés comme étalons électriques se sont avérés plus stables et plus reproductibles que les étalons conventionnels. Par ailleurs, les phénomènes mis en jeu reliés directement à des constantes fondamentales (h , e , etc.) pourraient à terme remplacer les unités du SI. La physique fondamentale s'est ainsi introduite dans le monde de la métrologie. Actuellement, les effets Hall quantique et Josephson permettent de conserver l'ohm et le volt. Ces phénomènes se manifestent au sein de dispositifs extrêmement petits (dont une des dimensions caractéristiques est inférieure à 100 nm) et font appel à une physique en plein essor : la physique mésoscopique ou nanosciences. A l'échelle nanométrique, les matériaux et les systèmes peuvent révéler des caractéristiques complètement nouvelles qui en modifient sensiblement les propriétés. Dans ce contexte, des physiciens ont imaginé des dispositifs au travers desquels le passage des électrons serait maîtrisé un à un [3, 4]. Ce nouveau concept fut baptisé "électronique à un électron" et les métrologues ont immédiatement exploité ces systèmes dans le but de développer un étalon quantique de courant [3].

Le principe du dispositif « monoélectronique », le blocage de Coulomb, fut découvert par les physiciens russes Averin et Likharev en 1985 [4]. Il s'agit de l'association d'un effet d'origine quantique et d'un phénomène électrostatique classique : l'effet tunnel et la répulsion coulombienne qui tend à créer une barrière d'énergie électrostatique s'opposant à la variation du nombre d'électrons dans un îlot métallique.

L'effet tunnel fut envisagé par les théoriciens dès le début du vingtième siècle et connu très vite un grand succès car il permit d'expliquer bon nombre de phénomènes observés en physique du solide, en physique nucléaire (p. ex. radioactivité α) ou en physique moléculaire. Depuis 1982, l'effet tunnel est célèbre avec la mise au point du premier microscope STM (Scanning

Tunnel Microscopy) par Gerd Binnig et Heinrich Rohrer [5]. Il permet d'examiner à une échelle microscopique la surface d'un métal ou d'un semi-conducteur, les atomes apparaissant comme de très légères protubérances.

2. La découverte de l'électron et la dualité onde/corpuscule

Le 19^e siècle a connu l'avènement et le développement d'une branche importante de la physique : l'électricité. Elle devait changer définitivement l'évolution du secteur industriel et nos vies quotidiennes mais elle a permis aussi de comprendre les propriétés les plus intimes de la matière.

En 1897, le physicien britannique Joseph John Thomson met un terme à une longue polémique concernant le caractère insécable de l'atome en fournissant la preuve que ce dernier est capable, dans des conditions spéciales, d'émettre des particules plus petites que lui. Afin de désigner ces particules Thomson reprend le terme d'« électron » donné par le savant irlandais George Johnston Stoney en 1874 pour désigner la quantité électrique qui est perdue lorsqu'un atome (électriquement neutre) devient un cation (ion chargé positivement).

En ce début de vingtième siècle, le monde scientifique n'a qu'une vision parcellaire de la structure de l'atome et la physique de l'état solide n'en est qu'à ses balbutiements. Le savant allemand Paul Drude lève le voile sur un mystère encore non élucidé : la conduction des métaux. Bien que fondée sur une statistique erronée, il propose une description phénoménologique utile et pertinente pour comprendre l'origine des principales propriétés de l'état métallique en introduisant la notion de gaz d'électrons libres, de temps de relaxation, etc. L'existence d'électrons sans interaction avec les cations constitutifs du métal, appelés « électrons libres », est d'ailleurs confirmée en 1916 par Gilbert Newton Lewis.

Mais en 1906, grâce à une méthode expérimentale demeurée célèbre, Robert Andrew Millikan mesure la charge élémentaire de l'électron. Son expérience repose sur le fait que des gouttelettes d'huile pulvérisées ont une légère charge électrique acquise lors de la pulvérisation (phénomène d'électricité statique). L'étude de l'influence du champ électrique sur leur mouvement montra que leurs charges étaient chaque fois des multiples d'une même charge élémentaire, e . Ce fut le seul résultat direct concernant l'électron « isolé » et il a fallu attendre plusieurs décennies pour mettre en évidence l'aspect granulaire du courant électrique.

Mais à cette époque, dans l'esprit d'Albert Einstein et de ses contemporains, l'expérience de l'effet photoélectrique soulève une nouvelle énigme : pourquoi l'énergie des électrons expulsés d'une plaque de métal sous un rayonnement lumineux dépend-elle de la longueur d'onde et non de l'intensité de ce rayonnement ?

En 1905, Einstein introduit la notion de *quanta* de lumière en évoquant les travaux de Max Planck sur le rayonnement du corps noir qui avait conclu sur le postulat suivant : « les échanges d'énergie entre les résonateurs (ou la matière) et le rayonnement n'ont lieu que par quantités finies égales à h fois la fréquence, h étant une nouvelle constante universelle de la physique ». Cette conception corpusculaire de la lumière ne fût pas tout de suite admise par la communauté scientifique. Pourtant, un jeune physicien français va plus loin en 1924 lors de sa soutenance de thèse. Devant un jury sceptique, Louis de Broglie termine son introduction par ces mots : « le moment semble venu de tenter un effort dans le but d'unifier les points de vue corpusculaire et ondulatoire et d'approfondir un peu le sens véritable des quanta », puis il défend l'idée que toute particule physique, et notamment l'électron, se comporte aussi comme une onde[6].

Par conséquent, depuis Drude, nous savons que les électrons libres forment un « gaz » au sein de la matière métallique mais les travaux de de Broglie nous renseignent sur une propriété importante du courant électrique. Dans un conducteur, la distance qui sépare les électrons est inférieure à l'extension de leur fonction d'onde, ils sont par conséquent en très forte interaction, on parle alors de gaz « dégénéré » ou de fluide d'électrons. C'est pour cette raison qu'il est extrêmement difficile d'extraire un électron de son cortège électronique.

3. La jonction tunnel

L'effet tunnel est une conséquence spectaculaire des travaux de de Broglie et de Schrödinger sur la mécanique ondulatoire. Considérons la ligne conductrice (p. ex. fil d'aluminium) interrompue par une couche d'isolant (p. ex. alumine) représentée sur la figure 1.

Un électron se déplace de la gauche vers la droite, suivant l'axe Ox. L'électron, considéré comme une particule, ne peut pénétrer dans la barrière car celle-ci est constituée de matière isolante. En terme d'énergie, cette couche d'isolant représente une barrière de potentiel et l'électron ne possède pas l'énergie nécessaire pour la traverser. En revanche, dans une approche ondulatoire (l'électron en tant que particule est associé à une onde), il peut y avoir réflexion et transmission de l'onde et surtout pénétration dans un isolant (effet de peau) sur une certaine distance. Mais, dans l'isolant, la propagation ne peut se faire que sur quelques 0,1 nm car l'amplitude

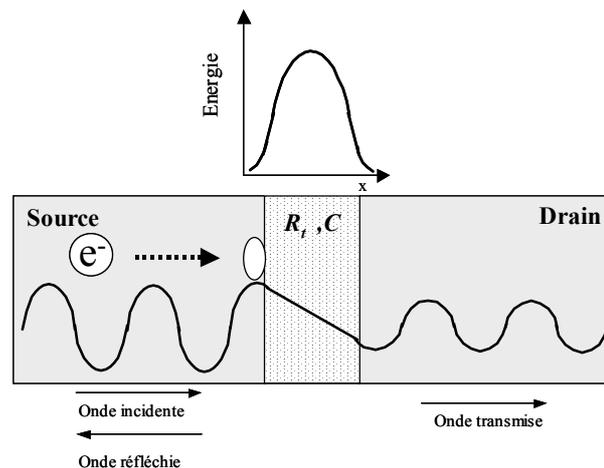


Fig. 1. - Représentation schématique d'une jonction tunnel.

décroît exponentiellement. Ainsi, si la barrière de potentiel est très mince, une partie de l'onde pourra franchir cette barrière et se propager dans le drain. Nous devons admettre que la compréhension de ce phénomène nécessite une analyse en termes d'onde et n'a pas d'explication en terme de particule.

Schrödinger a traité le phénomène d'un point de vue théorique et ondulatoire. Si l'on connaît l'intensité de l'onde incidente, l'intensité de l'onde transmise est aisément calculable à partir du coefficient de transmission T de l'isolant. Celui-ci peut s'interpréter comme la probabilité pour un électron de traverser la barrière de potentiel. Il est important de noter que cette probabilité décroît très vite avec l'épaisseur et la hauteur de la barrière. La date de la découverte de l'effet tunnel n'est pas claire, mais on sait que tout s'est joué entre 1926 et 1930. Certains attribuent sa découverte à J.R. Oppenheimer dès 1926, mais il n'apparaît dans la littérature qu'en 1928 [7, 8]. En 1930, Frenkel [9] a calculé l'expression du courant tunnel en bon accord avec l'expérience. Il a montré notamment que le courant dépendait fortement de l'épaisseur de la barrière.

L'électronique à un électron qui s'est développée depuis une décennie est fondée sur une propriété intéressante de la jonction tunnel. En effet, l'aspect granulaire du courant, impossible à observer dans un conducteur à cause de la propriété de gaz dégénéré des électrons libres évoquée plus haut, apparaît furtivement lorsqu'il traverse une jonction tunnel. En effet, le processus de transfert de charge à travers une jonction est si rapide que l'on peut considérer que les électrons traversent la barrière isolante un par un. Ce processus a lieu à des instants aléatoires et il suit une distribution de Poisson.

Considérons un circuit simplement constitué d'une jonction polarisée en courant. Deux paramètres peuvent être définis : Q , la charge de la capacité de la jonction et n , le nombre d'électrons qui traversent la barrière de

potentiel. Il est à noter que Q n'est pas forcément un multiple du quantum de charge. La conservation de la charge impose l'égalité suivante :

$$\frac{dQ(t)}{dt} + e \cdot \frac{dn(t)}{dt} = i(t) \quad (1)$$

Durant un événement tunnel, la charge Q , varie de manière discrète d'une quantité $\pm e$ (charge élémentaire). La variation d'énergie électrostatique de la jonction au cours du transfert d'une charge élémentaire s'écrit :

$$\Delta E = \frac{(Q \pm e)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{e(\frac{e}{2} \pm Q)}{C} \quad (2)$$

Le transfert d'une charge impose la condition $\Delta E < 0$. Aucun transfert ne peut avoir lieu tant que la charge Q est comprise entre les deux valeurs suivantes :

$$-\frac{e}{2} < Q < \frac{e}{2}$$

Les charges vont s'accumuler sur le bord de la barrière, Q va ainsi augmenter jusqu'à $e/2$. Au-delà, une charge traverse et Q retombe au-dessous de $e/2$. Un phénomène d'oscillations de courant appelées « oscillations SET » est alors observé.

Une jonction tunnel peut être représentée dans un circuit électrique avec deux paramètres : une capacité C liée au fait qu'étant formée d'un isolant et d'un conducteur, des charges peuvent s'accumuler au niveau de la barrière énergétique, et une résistance R_T , liée au facteur de transmission de la barrière tunnel pour les électrons situés au niveau de Fermi. Si on polarise avec une source de tension, V_p la jonction tunnel, le courant qui

$$\text{la traverse s'écrit : } I = \frac{V_p}{R_T} \quad (3)$$

4. Le blocage de Coulomb

4.1. Les dispositifs élémentaires à blocage de Coulomb

Le blocage de Coulomb apparaît lorsqu'un morceau du circuit, appelé « îlot » (fig. 2), est isolé électriquement du reste du circuit grâce à deux jonctions tunnel. Dans ce cas, n_1 (respectivement n_2) est défini comme le nombre d'électrons pouvant être transférés à travers la première (respectivement deuxième) jonction. n représente la charge en excès portée par l'îlot métallique ($n = n_1 - n_2$) et change seulement avec un événement tunnel, provoquant ainsi l'entrée ou la sortie d'un électron de l'îlot. Ceci mène à une quantification de la charge de l'îlot et cette caractéristique est à l'origine de l'effet « monoélectronique » de ces systèmes.

A la double jonction décrite en figure 2a, on ajoute une source de tension de polarisation, V_p , schématisée en figure 2b. En outre, considérons que lorsque ce cir-

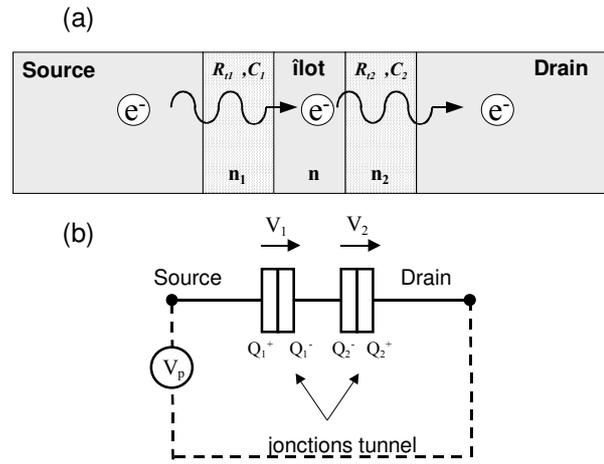


Fig. 2. - a) Représentation schématique d'une double jonction tunnel. R_x est la résistance tunnel et C_x la capacité de la jonction ; b) Représentation symbolique du circuit.

cuit n'est pas polarisé ($V_p = 0$), aucun électron en excès n'est présent sur l'îlot, c'est-à-dire que les charges électroniques compensent exactement les cations constitutifs de l'îlot. En revanche une différence de potentiel aux bornes du circuit ($V_p \neq 0$) pourra entraîner un transfert par effet tunnel à travers l'une des deux jonctions et la présence de charges en excès sur l'îlot : insistons une fois de plus sur le fait que cette variation de charge se fera de manière discrète.

Le transfert des électrons à travers une double jonction tunnel peut être traité sous l'angle de la thermodynamique. La variation d'énergie libre d'Helmholtz est définie par la différence entre l'énergie électrostatique stockée dans le dispositif défini en figure 2 et le travail fourni par la source de tension V_p . Cette variation d'énergie s'écrit :

$$\Delta F = \Delta E_c - \Delta W \quad (4)$$

D'un point de vue phénoménologique, le système va tendre à minimiser l'énergie libre d'Helmholtz par des transferts tunnel « énergétiquement favorables » d'électrons à travers les jonctions.

La charge présente sur l'îlot peut s'écrire comme suit :

$$Q = Q_2 - Q_1 = -n \cdot e, \quad (5)$$

où Q_1 et Q_2 sont les charges présentes sur l'armature des capacités C_1 et C_2 .

Il est important de noter que bien que le nombre d'électrons en excès sur l'îlot soit un entier, la charge est partagée sur l'île entre les « armatures » des jonctions (fig. 2). De plus, en considérant chacune des jonctions et en faisant les hypothèses que, d'une part, le système a le temps d'atteindre l'équilibre électrostatique entre deux événements tunnel et que, d'autre part, les transferts de charge sont rapides, on peut calculer la variation d'éner-

gie libre de chaque jonction. On trouvera les calculs détaillés en annexe 1. L'idée générale est tout d'abord d'exprimer la différence de potentiel s'appliquant aux bornes de la jonction dont on déduit l'énergie électrostatique puis le travail des sources (la source de tension doit permettre, à l'aide de V_p , de rétablir l'équilibre électrostatique perdu suite au transfert de charge).

Ainsi, l'événement tunnel d'un électron dans un sens ou dans un autre à travers la première ou la seconde jonction induit la variation d'énergie libre suivante :

$$\Delta F_1^\pm = F(n_1 \pm 1, n_2) - F(n_1, n_2) = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm (V_p C_2 + ne) \right) \quad (6)$$

$$\Delta F_2^\pm = F(n_1, n_2 \pm 1) - F(n_1, n_2) = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm (V_p C_1 - ne) \right) \quad (7)$$

où $C_\Sigma = C_1 + C_2$.

Pour qu'un transfert de charge à travers la double jonction puisse avoir lieu il est nécessaire que la variation d'énergie libre soit négative. Par conséquent, d'après les deux expressions précédentes, la condition sur la tension de polarisation (en supposant qu'il n'y ait aucune charge en excès sur l'îlot, $n = 0$) s'écrit :

$$|V_p| \geq V_s = \frac{e}{C_\Sigma} \quad (8)$$

(En considérant que $C_1 = C_2 = C_\Sigma/2$, ce qui est en général le cas dans les dispositifs à un électron étudiés).

Ce phénomène, reposant sur la répulsion coulombienne, est appelé « blocage de Coulomb ». L'addition d'une charge crée un champ électrique E qui peut empêcher le transfert tunnel à travers la première jonction

d'un électron excédentaire. $\frac{e^2}{2C_\Sigma}$ est l'énergie associée

au blocage de Coulomb et cette énergie se retrouve dans le premier terme des équations (6) et (7). Cette expression rappelle le modèle purement classique d'interaction électron-électron fondé sur l'énergie de charge capacitive électrostatique définie par Coulomb.

On a vu ainsi le principe du blocage de Coulomb pour un dispositif élémentaire : Deux jonctions tunnel en série. Dans cette situation, l'îlot est, d'un point de vue classique, complètement isolé du reste du système. Considérons maintenant le schéma suivant (appelé transistor SET – *Single Electron Tunneling*) :

En ajoutant une électrode de grille couplée capacitivement à l'îlot, on peut modifier l'état de charge de celui-ci. Ajuster la tension de grille V_g permet notamment de compenser les charges induites par des impuretés ou des défauts présents dans l'environnement proche du dispositif.

Il est aisé de démontrer que la charge de l'îlot s'écrit maintenant :

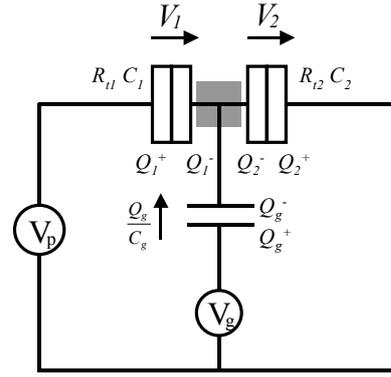


Fig. 3. - Représentation symbolique d'un transistor SET.

$$Q = -ne + C_g (V_g - V_2) \quad (9)$$

Par un calcul analogue à celui qui mène aux expressions (6) et (7), on obtient les variations d'énergie libre lors d'un événement tunnel à travers la première ou la seconde jonction qui s'écrivent :

$$\Delta F_1^\pm = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm ((C_2 + C_g).V_p - C_g V_g + ne) \right) \quad (10)$$

$$\Delta F_2^\pm = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm (C_1 V_p + C_g V_g + ne) \right), \quad (11)$$

avec $C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_g$.

Comme nous l'avons vu précédemment, une diminution de l'énergie libre entraîne un événement tunnel. A partir des conditions $\Delta F_1^\pm \leq 0$ et $\Delta F_2^\pm \leq 0$ et des expressions (10, 11), un diagramme de stabilité peut être construit. Ce diagramme permet de visualiser aisément les zones où le transistor est passant ou bloquant en fonction des paramètres (V_g, V_p, n).

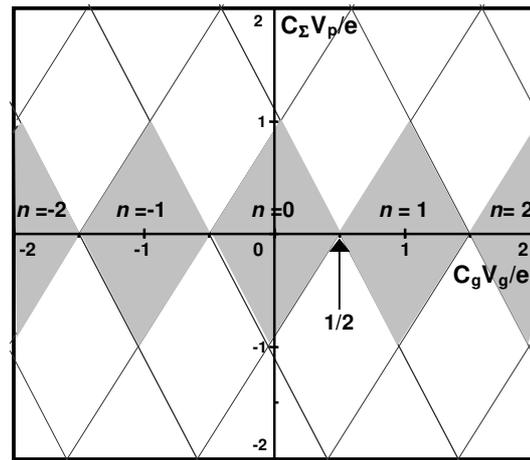


Fig. 4. - Diagramme de stabilité permettant de visualiser les zones où le transistor SET est dans l'état passant (parties blanches) ou bloquant (parties grisées).

Sur la figure 4, seules les parties grisées (losanges) représentent les zones dans lesquelles la probabilité de transfert d'un électron est très faible, le transistor est

dans l'état bloqué. Partout ailleurs, le transistor est passant, on mesure alors un courant.

La notion de tension-seuil au-dessus de laquelle il n'y a plus de blocage de Coulomb réapparaît ici. A tension de polarisation constante, une droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée V_p est tracée. Si V_p est supérieure à la tension V_s correspondant à la droite passant par les sommets des losanges, aucune zone de blocage n'est rencontrée. Dans ce cas, quelle que soit la valeur de la tension de grille, un courant s'établit. L'expression de cette valeur seuil s'écrit :

$$|V_p| \geq V_s = \frac{e}{C_\Sigma} \quad (12)$$

Il est important de remarquer que la construction du diagramme de stabilité permet d'estimer la valeur de la capacité de grille. En effet, les losanges sont alignés périodiquement avec une période e/C_g .

Afin de mieux comprendre l'origine physique du blocage de Coulomb, reportons-nous au diagramme de bande en énergie schématisé en figure 5.

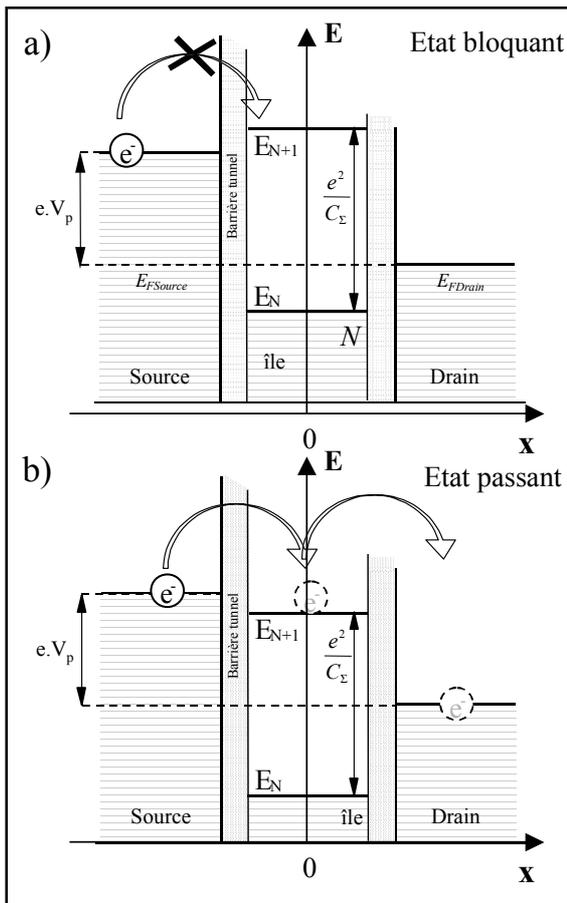


Fig. 5. - Diagramme de bande en énergie avant (a) et après (b) avoir modifié la tension de grille ; Il ne faut pas confondre les niveaux d'énergie de Fermi et du continuum avec le niveau E_{N+1} qui correspondent à des niveaux séparés par des bandes d'énergie interdites liées aux interactions électron-électron.

Sur la figure 5, l'îlot central est supposé posséder N électrons lorsque les tensions de polarisation et de grille sont nulles. L'énergie électrostatique de Coulomb citée plus haut entraîne l'apparition d'une bande d'énergie interdite de largeur $\frac{e^2}{C_\Sigma}$ (fig. 5a). Or, le niveau d'énergie noté E_{N+1} qui correspond à la présence d'un $N+1^e$ électron sur l'îlot se trouve au-dessus de l'énergie de Fermi de la source rendant impossible le passage d'un électron. Le transistor est alors dans un état bloqué et aucun courant ne traverse le circuit : c'est le « blocage de Coulomb ».

L'application d'une tension, V_g , sur le condensateur de grille (fig. 3) a pour conséquence d'abaisser les niveaux d'énergie de l'île (Energie de Fermi et E_{N+1}) ; ainsi, le niveau E_{N+1} se retrouve entre les deux niveaux de Fermi de la source et du drain. Cette situation est décrite sur la figure 5b (on obtient le même résultat si on augmente V_p). Le passage des électrons à travers le transistor est alors possible (état passant). Un courant s'établit dans le circuit. Chaque fois qu'un électron excédentaire sur l'île passe la deuxième jonction, l'énergie retombe à E_N laissant la possibilité à un autre électron de la source de pénétrer sur l'îlot central. On voit ainsi que dans l'état passant, le nombre d'électrons sur l'île évolue alternativement entre N et $N+1$.

Avec le transistor SET, on obtient donc un système permettant de contrôler le passage ou non d'électrons à travers les jonctions et par conséquent l'apparition d'un courant. Cependant, il faut noter qu'il ne s'agit que d'une détection en « tout ou rien » : soit le système est passant et il y a un courant, soit il est bloquant et il n'y a pas de transfert, mais il ne permet pas de contrôler quantitativement le passage des électrons, ce qui est l'objectif d'un étalon quantique de courant. Pour cela, des dispositifs plus complexes s'appuyant sur l'objet élémentaire que constitue le transistor SET seront exposés dans les parties 5.4 et 6.

Par ailleurs, ce qui a été exposé ci-dessus constitue l'aspect théorique du phénomène. Sa mise en pratique nécessite des efforts de modélisation et de prise en compte de contraintes de diverses natures.

4.2. Les contraintes d'observation du blocage de Coulomb

4.2.1. La théorie orthodoxe

Depuis l'avènement de l'électronique à un électron, deux pionniers du domaine, I.O. Kulik et R.I. Shekhter [10] ont simplifié le problème en établissant une théorie dite « orthodoxe » dont les hypothèses sont les suivantes :

- Les dimensions de l'îlot central sont assez importantes pour que le spectre en énergie des électrons soit continu. Ceci suppose que E_k , l'énergie quantique de confinement soit négligeable devant l'énergie thermique. Etant donné la taille des objets ($\gg 10$ nm), cette condition est remplie ;
- La constante de temps τ_t de l'événement tunnel à travers la barrière est négligeable devant les autres constantes de temps et notamment l'intervalle entre deux événements tunnel voisins. Cette hypothèse est validée dans le cas où les jonctions des systèmes utilisés sont telles que $\tau_t \approx 10^{-15}$ s ;
- Le processus de transition quantique cohérent est ignoré. Cette hypothèse est remplie si les résistances tunnel de toutes les jonctions tunnel sont grandes devant le quantum de résistance h/e^2 .

Ces hypothèses permettent de ramener le blocage de Coulomb à un problème probabiliste (le franchissement par un électron de la barrière tunnel étant un événement aléatoire). On définit ainsi un taux de transition (ou probabilité par unité de temps qu'un électron franchisse la barrière) qui ne dépend plus que de la variation d'énergie libre du système résultante de l'événement tunnel.

Cependant, certains phénomènes ne sont pas pris en compte avec cette théorie, sachant de plus que les conditions environnementales ainsi que des paramètres intrinsèques peuvent venir contrecarrer l'effet de blocage de Coulomb.

D'une part, pour que les phénomènes de blocage puissent avoir lieu, il est nécessaire que la particule « électron » soit localisée sur l'îlot. Comme nous le verrons au paragraphe 4.2.2.1, ceci implique des contraintes sur la structure du transistor. D'autre part, tout apport extérieur d'énergie, d'origine thermique ou électromagnétique, s'il est supérieur à la barrière d'énergie de Coulomb, entraîne des transferts de charge non désirés.

4.2.2. Les perturbations macroscopiques

4.2.2.1. Les fluctuations quantiques

La contrainte sur la structure du transistor s'écrit à partir de la relation d'incertitude d'Heisenberg qui définit la propriété purement quantique du système. La notion d'incertitude sur l'énergie s'écrit :

$$\Delta E \Delta t \geq h \quad (13)$$

Le temps caractéristique pour les fluctuations de charge est $\Delta t \approx R_T C_\Sigma$, temps de chargement de l'îlot central. R_T est la résistance de la jonction tunnel, elle est définie à partir du facteur de transmission de la barrière tunnel. L'énergie ΔE correspond à l'énergie de chargement électrostatique et on retrouve la valeur de la bande

d'énergie interdite évoquée plus haut : $\Delta E = \frac{e^2}{C_\Sigma}$. En revenant à la relation (13) on peut écrire :

$$R_T \geq \frac{h}{e^2} \quad (14)$$

$h/e^2 \equiv R_K$ (de l'ordre de 25,8 k Ω), est le quantum de résistance. Par conséquent, pour que la fonction d'onde d'un électron en excès soit localisée sur l'îlot il est nécessaire que la résistance de la jonction soit supérieure à la résistance quantique. Il s'agit d'une condition déterminante qui est à la base du fonctionnement des systèmes mono-électroniques et qui conditionne la fabrication des jonctions tunnel.

4.2.2.2. Les fluctuations thermiques

Il est aisé de comprendre que l'énergie thermique du système peut transmettre une énergie suffisante aux électrons pour franchir les barrières tunnel et rendre inefficace l'effet de blocage de Coulomb. Cette condition s'écrit :

$$E_c \gg k_B T \quad (15)$$

L'expression de l'énergie de Coulomb entraîne :

$$C_\Sigma \ll \frac{e^2}{2k_B T} \quad (16)$$

Il découle de (16) que la valeur de la capacité doit être de l'ordre de quelques attofarads (10^{-18} F) si nous voulons travailler à température ambiante. C_Σ étant reliée directement aux dimensions de la jonction, il est nécessaire de fabriquer des objets d'environ 200 nm² de surface avec une épaisseur d'isolant de 1 nm. Etant données les méthodes actuelles de nanolithographie, il est difficile de créer des jonctions tunnel avec de telles dimensions. La seconde manière pour réaliser la condition (16) est d'abaisser la température du système. C'est pour cette raison que nous utilisons dans le laboratoire, un réfrigérateur à dilution d'hélium décrit au paragraphe 5.2 qui permet d'atteindre une température de 30 mK.

4.2.2.3. Le bruit électromagnétique

A l'instar de l'énergie thermique, le bruit électromagnétique extérieur peut induire des passages d'électrons non contrôlables. Il est donc nécessaire d'équiper les lignes de grille et de polarisation de filtres adaptés (voir § 5.2) et de blinder les parties sensibles du montage expérimental.

D'un point de vue local, l'environnement proche du transistor joue un rôle prépondérant sur le phénomène du transfert électronique. Dans la partie précédente, nous avons décrit des fuites d'électrons qui pouvaient avoir lieu lors de transitions « réelles » thermiquement

activées à travers par exemple les deux jonctions d'un transistor SET.

4.2.3. Les perturbations microscopiques

Une autre source d'erreurs provient d'effets quantiques indésirables comme l'effet tunnel concomitant (*cotunneling*) ou d'effets électrostatiques provenant par exemple de charges parasites présentes dans le substrat (*background charge*).

Les électrons peuvent passer, comme on l'a vu, selon l'axe Ox, de la source vers le drain avec un certain taux de transfert par effet tunnel. Cependant, en fonction de certains paramètres du dispositif, il y a une probabilité non nulle que des électrons puissent traverser simultanément et de façon cohérente les jonctions en sens inverse. Il s'agit du *cotunneling*. La compréhension de ce phénomène passe par la définition de l'impédance locale du dispositif et par l'existence d'états intermédiaires [11]. Deux méthodes sont employées pour diminuer au maximum cet effet. La première consiste à augmenter le nombre de jonctions tunnel du dispositif, la seconde méthode est de placer aux extrémités du système des résistances en chrome microlithographiées [12, 14] comme nous le verrons plus loin. Ces deux méthodes permettent de se placer dans un contexte où le taux de transfert « classique » est très supérieur devant le taux de transfert « *cotunneling* ». Cet effet est l'une des limites principales de la précision des pompes [15].

L'autre aspect concerne des charges induites par l'environnement (charges de substrat) qui perturbent les mesures en particulier à basse fréquence [16].

5. Aspects expérimentaux

5.1. Techniques de fabrication

C'est en grande partie grâce aux progrès de fabrication par micro-lithographie que l'électronique à un électron a pu se développer à la fin des années 1980. Si l'on tient compte de la température à laquelle il est raisonnable de travailler avec un réfrigérateur à dilution commerciale (de 30 mK à 50 mK), les valeurs des capacités mises en jeu sont de l'ordre de la dizaine d'attofarad (10^{-18} F) impliquant des surfaces d'objets inférieures à $0,01 \mu\text{m}^2$. La fabrication de ces dispositifs requiert donc un processus technologique particulier pour permettre la réalisation de jonctions tunnels dont les dimensions au niveau du recouvrement sont voisines de 40 nm : la lithographie électronique. La technique employée pour réaliser ces structures est celle du masque suspendu [3]. Celui-ci sera composé de résines électroniques. Les pistes métalliques conductrices sont obtenues à l'aide d'un système de dépôt par évaporation

sous deux angles (fig. 6). La phase d'oxydation de l'aluminium, qui se déroule entre les deux évaporations, se doit d'être parfaitement maîtrisée car elle détermine les paramètres caractéristiques de la jonction tunnel (l'oxyde jouant le rôle de l'isolant entre les électrodes d'aluminium).

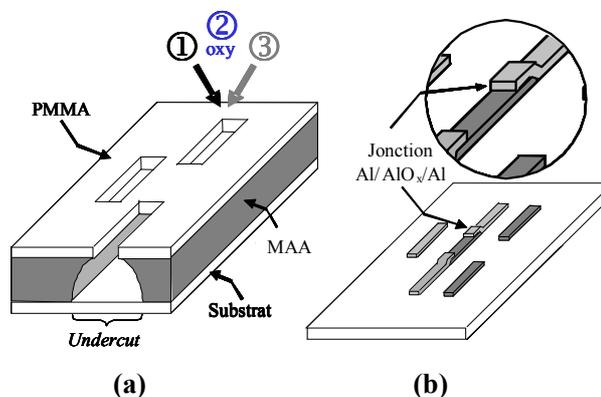


Fig. 6. – Réalisation d'une jonction tunnel métal/isolant/métal basée sur le principe de la métallisation sous angles à travers un masque suspendu ;

a) Exemple de masque suspendu (PMMA) composé de trois lignes. Les étapes 1 et 3 sont des étapes de métallisations sous deux angles, les flèches indiquent les directions de dépôt des atomes d'aluminium. L'étape 2 est une étape intermédiaire d'oxydation pour obtenir la jonction ;
b) Résultat de la métallisation. La ligne qui nous intéresse est la ligne centrale avec les deux jonctions tunnel.

Le LNE a participé à un projet européen (COUNT) dont l'objectif était de mettre au point un étalon de courant fondé sur des systèmes de transport mono-électronique. Deux approches complémentaires ont été envisagées. La première concernait l'élaboration d'une source de courant SET, grâce à l'utilisation des pompes à électrons (§ 5.4). Le développement de dispositifs capables de manipuler ou de détecter des électrons individuels représentait la seconde voie. Un tel système permet un comptage un à un d'électrons (rf-SET, § 6.3). Dans le cadre de ce projet, la PTB concevait la géométrie des dispositifs SET et les livrait au LNE pour les mesures. Les résultats donnés dans les parties suivantes ont été obtenus avec les dispositifs de nos collègues allemands. 2003 qui marqua la fin du projet européen COUNT, est aussi le début d'une collaboration LPN-LNE dont l'objectif est de fabriquer des systèmes SET. La figure 7 montre un transistor SET élaboré au LPN, l'îlot central possède une dimension caractéristique de 350 nm. Les surfaces mises en jeu au niveau des jonctions sont de l'ordre de $0,005 \mu\text{m}^2$.

5.2. Le montage expérimental au LNE

Le câblage pour la mesure des systèmes mono-électronique est fixé sur un réfrigérateur à dilution commerciale schématisé en figure 8.

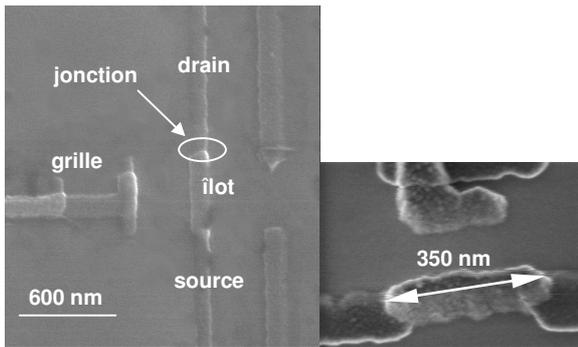


Fig. 7. - Image d'un transistor SET prise au microscope électronique à balayage. Les pistes conductrices du drain, de la source et de la grille sont indiquées ; A droite, îlot de 350 nm.

L'amplification du courant est basée sur l'utilisation d'un comparateur cryogénique de courants continus (4C) (fig. 8 et 9) [17, 18]. Le principe du 4C a été largement détaillé en référence [19]. En quelques mots, il est constitué de bobines supraconductrices comportant un certain nombre d'enroulements entourés d'un blindage supraconducteur en plomb. Le flux magnétique au centre de la bobine est mesuré grâce à un appareil de mesure très sensible, le SQUID (*Superconducting Quantum Interference Device*). La particularité du 4C réside dans le fait que le gain est exactement égal au rapport des deux enroulements que l'on a choisi de connecter. Le 4C schématisé sur

la figure 8 et photographié en figure 9, que nous utilisons pour les mesures des SET, comprend deux enroulements de 20 000 et de 2 tours conduisant à un gain de 10 000 sur le courant. Le bruit mesuré de l'ensemble 4C + câblage + transistor SET est de $4 \text{ fA}/(\text{Hz})^{-1/2}$ aux environs de 1 Hz ($T_{4C} = 4,2 \text{ K}$ et $T_{SET} = 30 \text{ mK}$). Pour un courant d'entrée d'intensité comprise entre 5 fA et 2,5 nA, l'incertitude obtenue, évaluée par une méthode de type A, ne s'élève qu'à 50 aA pour 1 h de mesure à 0,3 Hz [17].

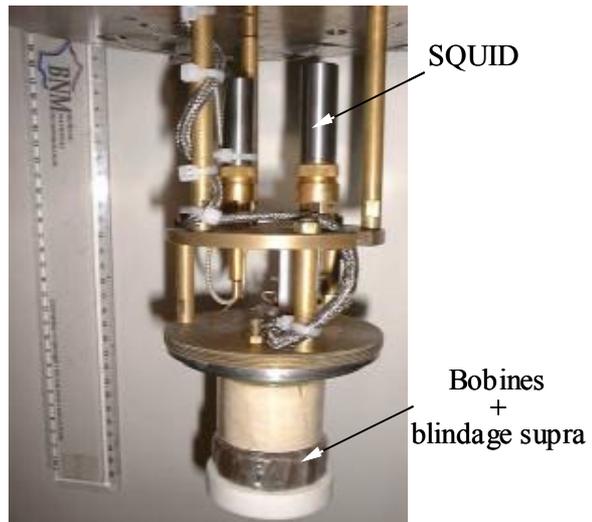


Fig. 9. - Photographie du 4C.

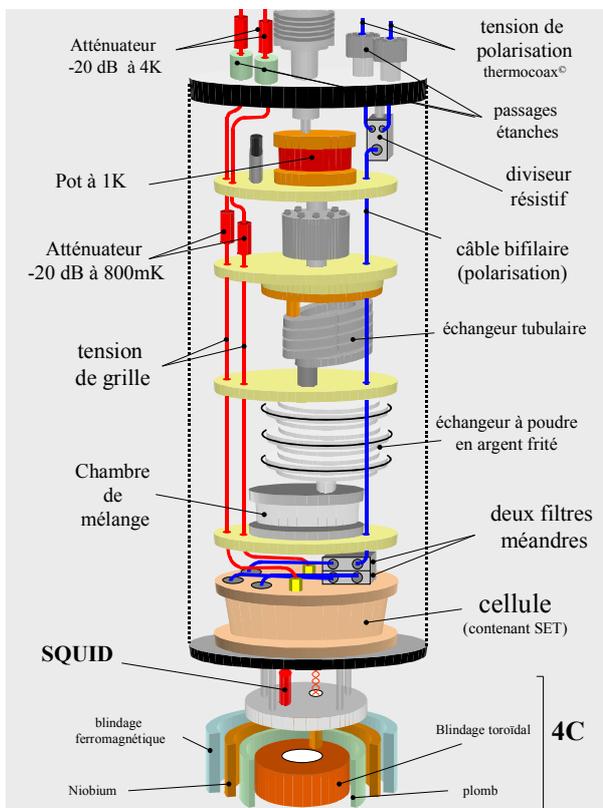


Fig. 8. - Montage expérimental adapté pour la mesure de transistor SET et de pompe à électrons au LNE.

Sur la figure 8, les câbles de gauche permettent d'appliquer les tensions de grille (deux câbles sont utilisés pour les pompes à trois jonctions) et le câble de droite permet d'imposer une tension de polarisation aux bornes du système à étudier. Le dispositif de filtrage est assuré par des atténuateurs - 20 dB sur les lignes de grille situées à 4,2 K et 800 mK ainsi que par deux filtres méandres réalisés par le groupe Quantronique du CEA de Saclay [20]. Le premier protège le SET et le 4C contre le rayonnement du corps noir provenant de la partie haute du câblage qui se trouve à température ambiante et le second est une protection du SET contre le rayonnement du SQUID.

Un dispositif électronique commerciale est utilisée pour le contrôle du SQUID. Le 4C peut fonctionner avec deux modes de contre-réaction : contre-réaction interne (C-R INT) et contre-réaction externe (C-R EXT), indiquées sur la figure 10. Les résultats présentés par la suite ont été obtenus en mode de contre-réaction interne : le flux magnétique appliqué au SQUID dû au passage du courant à travers l'enroulement primaire du 4C (20 000 tours) est contre-balancé en injectant dans la bobine de modulation du SQUID le courant de sortie délivré par l'électronique de contrôle. Dans ce cas, le gain en courant du 4C vaut $5,8 \cdot 10^3$.

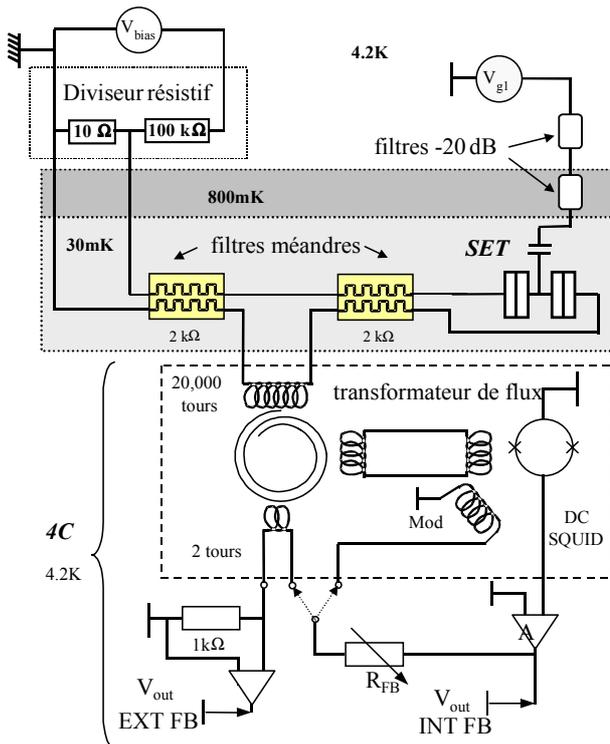


Fig. 10. - Schéma du câblage (la deuxième ligne de grille représentée en pointillé sera utilisée pour les pompes à trois jonctions dans la suite).

Pour bénéficier du gain exact du 4C égal à 10 000, le système doit être utilisé en mode de contre-réaction externe, plus délicat à mettre en œuvre. Dans ce cas, le courant de sortie est injecté dans l'enroulement secondaire du 4C (2 tours).

5.3. Résultats sur les transistors SET

Modifier la tension de grille couplée à un transistor faiblement polarisé permet de mettre en évidence le blocage de Coulomb. Les oscillations du courant en figure 11 témoignent d'un changement d'état du système. Le dispositif est polarisé avec une tension bien inférieure à la tension seuil ($1 \mu\text{V}$ et 100 nV). Par l'intermédiaire de la tension de grille, on modifie l'état de charge du système comme nous l'avons montré de manière schématisée en figure 5. Dans les régions des « creux » de la figure 11, le blocage de Coulomb empêche le courant de traverser le transistor et l'intensité I est nulle. En changeant la tension de grille, on déplace le niveau E_{N+1} qui se retrouve entre les deux niveaux de Fermi, de la source et du drain (fig. 5). L'état du transistor SET devient passant et le courant est maximum (pics de courants sur la figure 11). Continuer à changer l'état de charge de l'île permet de revenir à l'état de blocage initial, comme nous l'avons vu précédemment sur le diagramme de stabilité (fig. 8), calculé théoriquement : le transistor passe périodiquement entre états passants et

bloquants. La période e/C_g est un moyen d'estimer la capacité de grille de notre transistor SET. Dans le cas présent $C_g = 17 \text{ aF}$.

On remarque que si l'on diminue la tension de polarisation (100 nV) le courant maximum obtenu dans l'état passant diminue. Ceci revient à diminuer la différence d'énergie entre les niveaux de Fermi (drain et source).

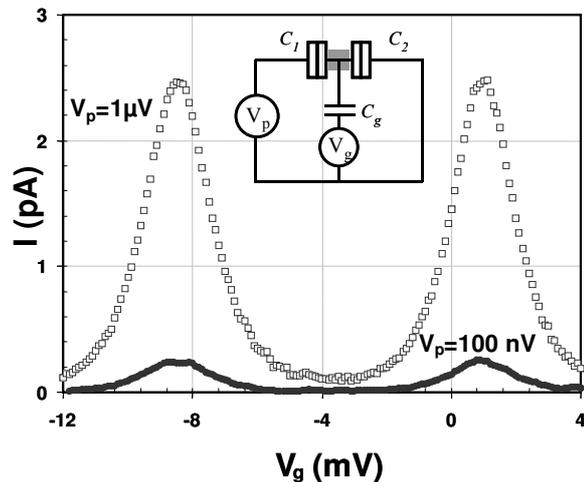


Fig. 11. - Oscillations de Coulomb à deux tensions de polarisation $V_p = 100 \text{ nV}$ et $1 \mu\text{V}$ mesurées sur un transistor PTB.

Faisons varier cette fois la tension de polarisation aux bornes de notre transistor tout en maintenant la tension de grille constante. Le courant délivré par le SET est reporté en figure 12 où nous imposons à l'île de se trouver dans trois états de charge différents. Dans l'état bloquant, le courant est nul tant que la tension de polarisation n'atteint pas la valeur seuil dont l'expression est donnée en (12). On trouve ici $V_s = 120 \mu\text{V}$, induisant une température équivalente à l'énergie de Coulomb de 700 mK . En d'autres termes, pour observer le blocage de Coulomb il est nécessaire de refroidir ce dispositif à une température inférieure à 700 mK .

D'un point de vue phénoménologique, le courant s'établit de la manière suivante : une fois qu'un premier électron a traversé la première jonction l'île est dans l'état $n = 1$. Au-dessus de la tension seuil, et d'après les expressions des énergies libres (10) et (11), le passage de la seconde jonction est énergétiquement favorable pour ce premier électron. En revanche, l'entrée d'un second électron sur l'île peut avoir lieu si et seulement si le premier électron n'est plus sur l'île. Par conséquent, le retour à l'état $n = 0$ est indispensable. Un courant électron par électron traverse alors le circuit et une caractéristique courant/tension ($I-V$) purement résistive de pente $1/(2R_t)$ est observée en figure 12.

Notons que la figure 12 est symétrique et qu'il est donc possible que le courant traverse le transistor dans

le sens opposé. Dans ce cas, les événements tunnel auront lieu entre les changements d'état $n = 0$ et $n = -1$.

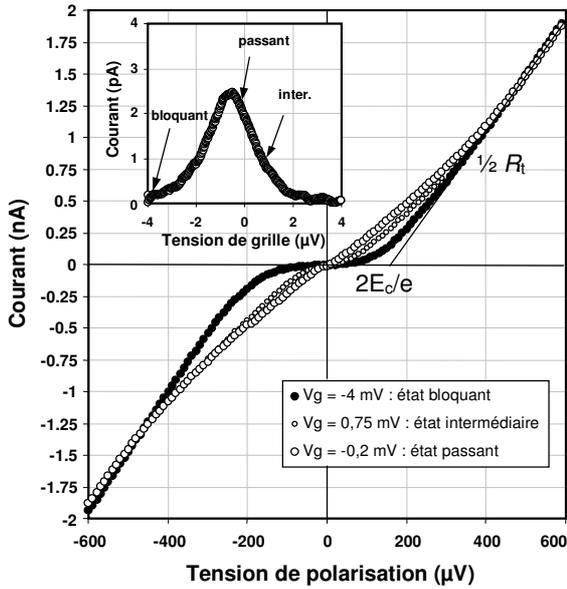


Fig. 12. - Caractéristiques $I-V_p$ à trois états de charge différents (bloquant, passant, intermédiaire). En insert, une courbe $I-V_g$ ainsi que les trois tensions de grille appliquées.

Modifions maintenant la tension de grille de manière à être au maximum des oscillations de Coulomb (en insert fig. 12). Le comportement de la courbe $I-V_p$ est notablement différent de celui du cas précédent. En effet, la courbe est purement résistive, un courant s'établit quelle que soit la tension de polarisation appliquée aux bornes du dispositif. Nous sommes dans l'état passant et le blocage de Coulomb a totalement disparu. Une tension de grille entre l'état passant et bloquant induit un état intermédiaire où un début de blocage est observé.

L'influence de la température sur les événements tunnel est visible sur la figure 13. Le dispositif SET

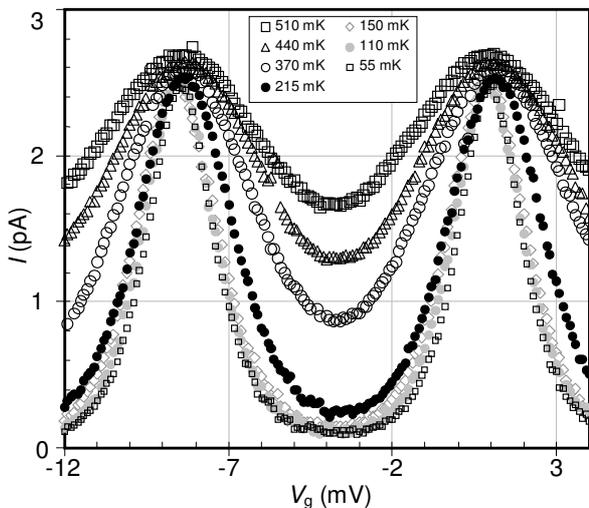


Fig. 13. - Oscillations de Coulomb mesurées à différentes températures. La tension de polarisation est maintenue constante à 1 μV .

est refroidi à des températures inférieures à la température de Coulomb (une mesure au-dessus de cette température entraînerait une disparition des oscillations de Coulomb). On voit nettement qu'en abaissant l'énergie thermique, les pics apparaissent de plus en plus distinctement. Cependant, dans la zone de blocage, le courant n'est jamais nul et le comportement des courbes au-dessus de 150 mK est très proche. Cela indique un défaut du montage expérimental. En effet, la température indiquée par les sondes peut être différente de la température électronique, *i.e.* la température réelle des électrons. Un découplage entre les phonons (vibrations du réseau cristallin) et les électrons rend la thermalisation de ceux-ci difficile. En d'autres termes, la mesure a été réalisée à 55 mK mais la température réelle des électrons est proche de 110 mK. Un mauvais filtrage du rayonnement électromagnétique explique ce surplus d'énergie apporté aux électrons. C'est la raison pour laquelle nous avons placé un second filtre méandre entre le 4C et le dispositif mono-électronique (voir le § 5.2).

5.4. La pompe à électrons

La partie précédente a montré comment le transistor SET peut générer un courant électron par électron à travers le circuit. Ce phénomène s'explique par le fait que l'entrée d'un électron sur l'île est impérativement suivie par la sortie d'un autre électron. En revanche, la traversée du dispositif SET reste un événement stochastique. L'événement tunnel se produit à des instants aléatoires. Pour contrôler précisément le temps entre deux événements tunnel, les physiciens ont imaginé un dispositif plus complexe : la pompe à électrons. Structuellement, il s'agit en quelque sorte de la mise en série de transistors SET.

5.4.1. La pompe à trois jonctions de type R

La pompe à trois jonctions est la forme la plus simple des pompes à électrons. Elle est constituée de deux îlots couplés à deux condensateurs de grille (fig. 14). Le fonctionnement d'une pompe est en première approche très simple. Partons d'une situation où aucun électron en excès n'est présent sur les îlots. On peut modifier alors la tension V_{g1} de manière à ce qu'un électron entre sur la première île et reste bloqué. En changeant l'état de charge de la seconde île, cet électron peut traverser la jonction intermédiaire et passer de la première à la seconde île. En revenant à la configuration initiale cet électron est expulsé du dispositif SET. En répétant de manière cyclique ces trois étapes avec une fréquence f , on peut générer un courant contrôlé dont l'intensité sera le produit de la fréquence f et de la charge élémentaire de l'électron.

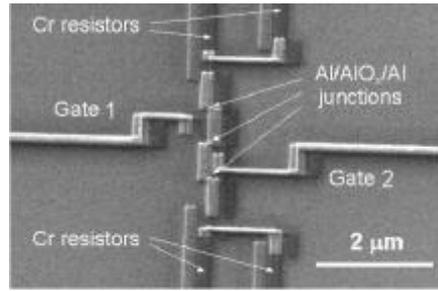
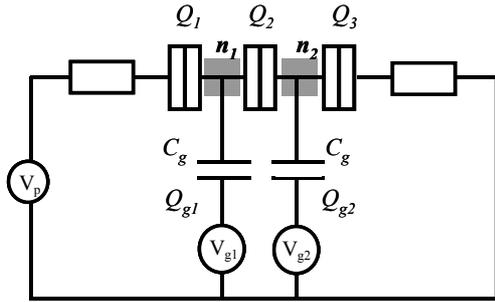


Fig. 14. – A gauche : Représentation symbolique d'une pompe à trois jonctions dite de type R. n_1, n_2 représentent le nombre d'électrons en excès sur chaque île, Q_1, Q_2, Q_3 les charges emmagasinées par les jonctions tunnel et Q_{g1} et Q_{g2} les charges emmagasinées par les condensateurs de grille ;

A droite : une image d'une pompe fabriquée par la PTB prise par un microscope électronique à balayage.

Les pompes de type R possèdent une résistance à chaque bout du dispositif (fig. 14). La présence de ces résistances a pour but de diminuer fortement les événements tunnels concomitants (*cotunneling*) non désirés qui faussent l'exactitude du courant généré comme nous l'avons vu dans la partie 4.2.3.

5.4.2. Les mesures en mode statique

La mesure du courant généré par une pompe requiert un système extrêmement sensible. Il est nécessaire que le montage expérimental ne crée pas un bruit intrinsèque pouvant masquer un courant de quelques pico-ampères. La figure 15 donne un spectre de bruit du montage expérimental (câblage + 4C + pompe) utilisé au LNE pour la mesure des pompes à électrons. Dans une plage de fréquences de 0,1 Hz à 6 Hz, ce bruit ne dépasse pas $5 \text{ fA/Hz}^{1/2}$ et reste très proche du bruit mesuré sur le 4C seul ($4 \text{ fA/Hz}^{1/2}$, en pointillé sur fig. 15 et voir § 5.2). Ce pont de mesure est donc particulièrement bien adapté pour la mesure du courant délivré par des dispositifs mono-électroniques.

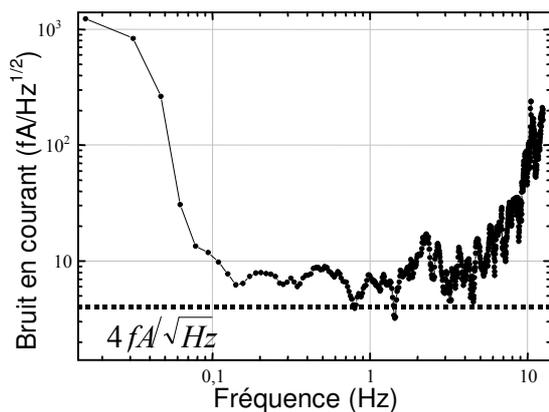


Fig. 15. - Densité spectrale de bruit en courant du montage expérimental (câblage + 4C+ pompe). La ligne pointillée représente le bruit intrinsèque du 4C lorsqu'il est déconnecté du reste du circuit.

Le diagramme de stabilité est une manière claire de visualiser les zones de blocage de Coulomb et les zones dans lesquelles le dispositif est passant. En maintenant

une tension de polarisation de $250 \mu\text{V}$ aux bornes de la pompe et en faisant varier (V_{g1}, V_{g2}) sur un certain domaine de tensions, on obtient le diagramme de stabilité en « nids d'abeilles » caractéristique d'une pompe à trois jonctions (fig. 16). On remarque que le transfert des électrons est bloqué sur la majeure partie de la figure excepté dans les zones en forme de triangle où le courant est non nul. L'intensité du courant est d'autant plus importante que l'on se rapproche du centre du triangle. L'aire des triangles est proportionnelle à l'intensité de la tension de polarisation V_p . La valeur des deux capacités de grilles peuvent être déduites des périodes e/C_{g1} et e/C_{g2} du réseau hexagonal le long des axes x et y et $C_g (= C_{g1}, C_{g2})$ est proche de 12 aF .

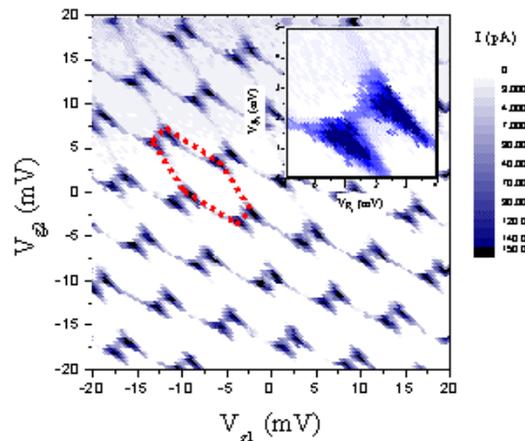


Fig. 16. - Diagramme de stabilité d'une pompe à trois jonctions de type R ; Les zones passantes (en insert) sont de forme triangulaire et le réseau hexagonal a une forme caractéristique en « nids d'abeille ».

Les paramètres (V_{g1}, V_{g2}) déduits de la figure 16 permettent un ajustement de l'état de charge des îlots, et ainsi de mesurer une courbe $I-V_p$ dans l'état bloquant et passant (fig. 17).

Si le couple (V_{g1}, V_{g2}), correspondant au centre d'un triangle, est appliqué aux électrodes de grille (fig. 14), la courbe $I-V_p$ montre un comportement purement résistif :

nous sommes dans l'état passant (fig. 17). En revanche, si l'on se place à l'intérieur d'une zone hexagonale (en pointillés fig. 16), le courant devient non nul uniquement au-delà d'une tension-seuil. La valeur de la tension seuil, ($V_0 \approx 1,3$ mV), permet de remonter à la valeur de la capacité, C , des trois jonctions tunnel en admettant qu'elles soient toutes trois égales : $C \approx 85$ aF ($\gg C_{g1}, C_{g2}$).

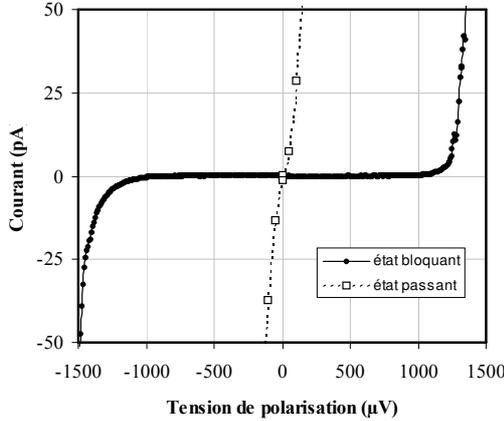


Fig. 17. - Mesures du courant issu d'une pompe en fonction de la tension de polarisation appliquée à ses bornes pour l'état bloquant et passant.

5.4.3. Les mesures en mode de « pompage »

Les mesures statiques permettent d'évaluer les paramètres caractéristiques du dispositif mais c'est en mode dynamique dit de « pompage » qu'il est possible de contrôler le courant électron par électron.

Il est nécessaire d'ajouter à la partie continue (V_{g10}, V_{g20}) appliquée aux électrodes de grille, une composante harmonique :

$$\begin{aligned} V_{g1} &= V_{g10} + A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t) \\ V_{g2} &= V_{g20} + A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \Phi) \end{aligned} \quad (17)$$

La partie alternative de V_{g2} est déphasée de Φ par rapport à V_{g1} . Φ est proche de 90° .

5.4.3.1. Le réseau de points triples en mode dynamique

Même en l'absence de tension de polarisation, un courant est mesuré sur le diagramme de stabilité de la figure 18 et on retrouve le réseau hexagonal. Cependant, la forme triangulaire est remplacée ici par des points. Un traitement purement électrostatique du problème permet de construire théoriquement ce diagramme de stabilité (voir annexe 2).

Chaque zone délimitée par des pointillés doit être interprétée comme une zone où l'énergie est stable c'est-à-dire où la configuration du nombre d'électrons en excès reste inchangé. (ex. : configuration (0,1), 0 électron sur l'îlot 1 et 1 électron sur l'îlot 2).

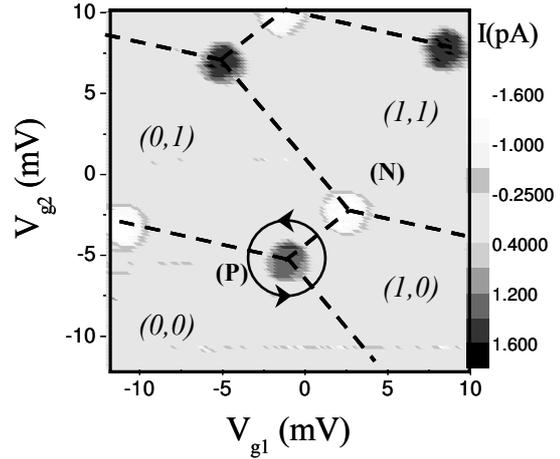


Fig. 18. - Réseau de points triples obtenu avec un signal rf de 10 MHz additionné à la tension continue appliquée à chaque condensateur de grille. Un courant positif (négatif) est mesuré aux points noirs (blancs) notés P (N). Les lignes pointillées délimitent les différentes zones de stabilité dans lesquelles les configurations sont précisées.

Appliquons les tensions (17) aux électrodes de grilles avec par exemple (V_{g10}, V_{g20}) correspondant aux coordonnées du point noté P sur la figure 18. Dans le plan $V_{g1} \otimes V_{g2}$, nous décrivons ainsi une trajectoire circulaire centrée en P qui traverse les régions (0,0), (1,0) et (0,1). La séquence des configurations électroniques est schématisée sur la figure 19. On s'aperçoit ainsi que lorsqu'un cycle est terminé, un unique électron a été transféré à travers le dispositif monoélectronique. Le nombre d'électrons « générés » par la pompe est bien sûr fonction de la fréquence f du signal délivré par le générateur de tension et le courant a alors pour intensité $I = e \cdot f$.

Si cette fois, on « tourne » autour du point noté N, on obtient un courant $I = -e \cdot f$. Le courant généré en N (négatif) est opposé à celui généré en P (positif). Si en revanche, le sens de rotation est modifié (sens des aiguilles d'une montre) le courant deviendra positif en N et négatif en P. L'espace $V_{g1} \otimes V_{g2}$ est rempli de points P qui ont comme plus proche voisin un point N.

5.4.3.2. Les marches de courant

La marche de courant témoigne de la capacité du dispositif à être un bon étalon. Elle décrit la dépendance du courant en fonction de la tension de polarisation appliquée en mode de pompage [21]. Sur la figure 20, la relation $I = e \cdot f$ avec $f = 10$ MHz est vérifiée puisque le courant généré est proche de 1,6 pA. Deux paramètres caractéristiques importants sont la largeur et l'horizontalité du plateau observé. Si on considère un écart de 30 fA sur le courant, le plateau est plat sur 200 μ V, ce qui reste très satisfaisant pour un tel dispositif. Ce plateau, caractérisant la stabilité du courant, garantit l'indépendance de l'intensité du courant vis-à-vis d'éventuels *offsets* de polarisation. De plus, la réduction de l'effet tunnel concomitant est un paramètre

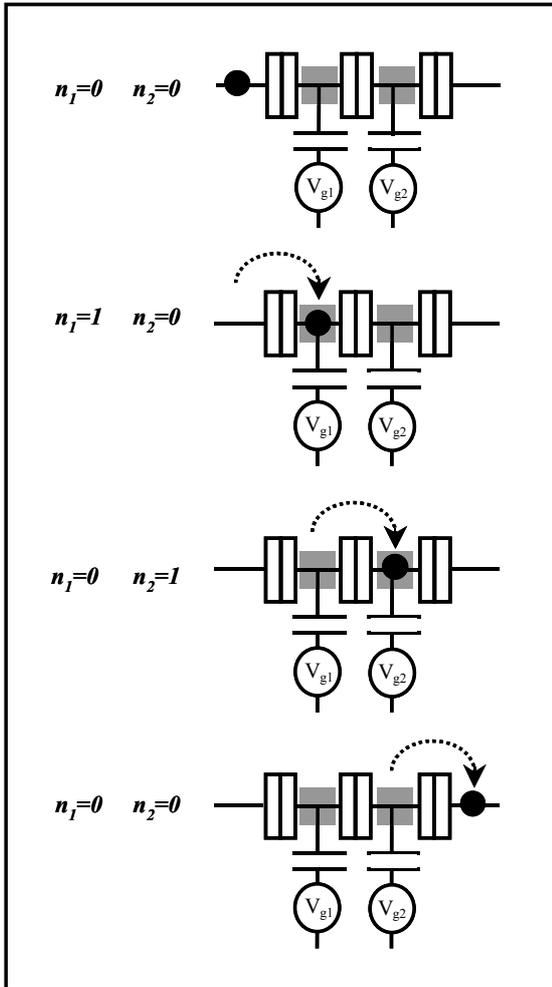


Fig. 19. - Séquence des configurations électroniques des deux îles (nombre d'électrons en excès) lors de l'application d'un signal rf aux électrodes de grilles.

déterminant pour élargir les plateaux de courant. Par comparaison avec les résultats obtenus avec une pompe classique (c'est à dire sans résistances [3]), les plateaux de courants sont élargis ($200 \mu V$ au lieu de $80 \mu V$) ce qui montre l'efficacité des résistances en chrome présentes à chaque extrémité de la pompe.

L'utilisation d'une pompe en métrologie, comme étalon de courant, pose le problème de son exactitude et de sa reproductibilité. Nous avons vu, au cours des chapitres précédents que l'effet tunnel concomitant entraînait des transferts électroniques indésirables et ainsi augmentait le taux d'erreurs de la pompe. Or, comme nous venons de le voir, la pompe de type R semble bien adaptée car elle limite ces passages d'électrons non contrôlés.

Cependant, un autre phénomène peut affecter l'exactitude de notre dispositif mono-électronique : l'effet de fréquence. En effet, si une fréquence trop élevée est appliquée, la marche se rétrécit et le bruit en courant à faible tension de polarisation augmente. La figure 21 représente des marches de courant en fonction de la fréquence

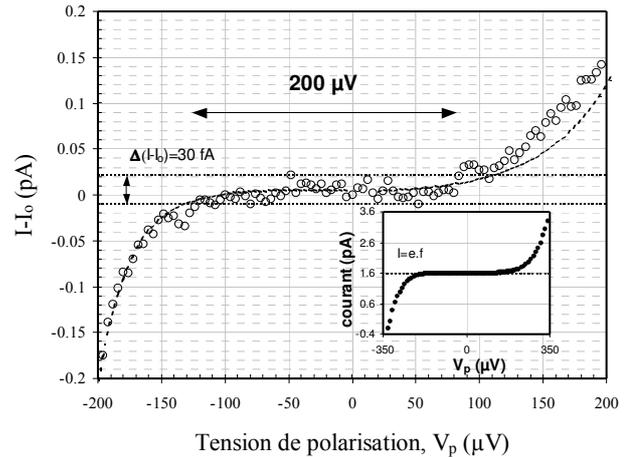


Fig. 20. - Courbe $(I-I_0)/V_p$ mesurée en appliquant deux signaux harmoniques déphasés de 90° à une fréquence de 10 MHz . I_0 est la valeur du courant à tension de polarisation nulle. En insert, la comparaison entre la valeur du courant au point d'inflexion du plateau et la valeur théorique du courant $I = e.f$. La durée de la mesure est d'environ 5 min .

appliquée. On remarque que la relation $I = e.f$ est vérifiée et qu'un plateau de courant est obtenu avec une fréquence de 30 MHz et « plat » sur $150 \mu V$. Ceci prouve que le contrôle d'un courant d'environ $4,8 \text{ pA}$, électron par électron, est encore possible. Jusqu'à aujourd'hui aucun résultat n'a été publié concernant des marches de courant de qualité métrologique avec des pompes cadencées à des fréquences dépassant 20 MHz . Cependant, il est peu probable qu'une intensité de courant de 10 pA puisse être atteinte avec un tel dispositif. Une étude sur les limites de fréquences appliquées est en cours au laboratoire.

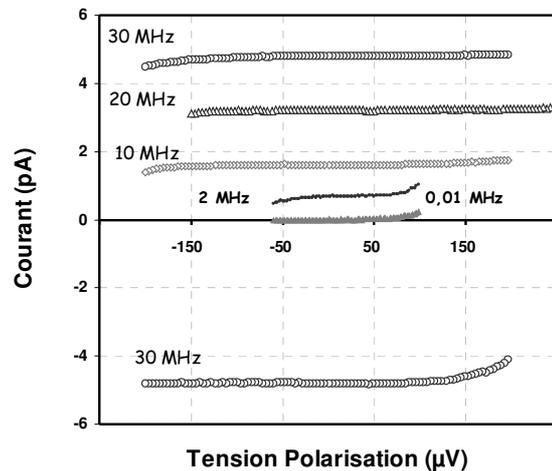


Fig. 21. - Marches de courant obtenues à différentes fréquences ; Pour $f = 30 \text{ MHz}$, la marche positive a été mesurée avec un déphasage de Φ , la marche négative avec $\Phi + 180^\circ$.

5.4.3.3. Stabilité d'une pompe dans le temps

La question de la stabilité temporelle est déterminante pour l'utilisation d'un dispositif mono-électronique comme l'étalon de courant. En métrologie, la

stabilité d'un étalon mesure sa capacité à délivrer une valeur constante au cours du temps. Un bon outil mathématique permettant de quantifier cette grandeur est la variance d'Allan (AVAR), $\sigma^2(\tau)$. Grâce à cette approche statistique des bruits, on peut distinguer notamment le bruit blanc du bruit en $1/f$, phénomène qui limite la reproductibilité des mesures des étalons. La représentation graphique de l'écart type d'Allan, $\sigma(\tau)$, en échelle log-log, est linéaire par morceaux, et la pente de chaque morceau est directement reliée à la nature du bruit [22 – 24].

Expérimentalement, afin de caractériser la stabilité de la pompe à électrons, nous avons réalisé des mesures sur de longues durées à différentes fréquences de pompage. Nous forçons la pompe à générer un courant d'intensité constante. Les observations correspondent à des mesures espacées d'un temps $\tau_0 = 2,8$ s. A partir de l'ensemble de ces observations également espacées dans le temps, l'écart type d'Allan est calculé pour chaque fréquence de pompage en fonction de la période d'échantillonnage $\tau = m \cdot \tau_0$ (fig. 22). Le bruit dominant de la pompe durant tout le temps de la mesure est sans ambiguïté un bruit blanc de fréquence (les fluctuations des fréquences ne sont pas corrélées), qui se traduit par une décroissance en $\tau^{-1/2}$. Ce comportement est valable pour toutes les fréquences appliquées.

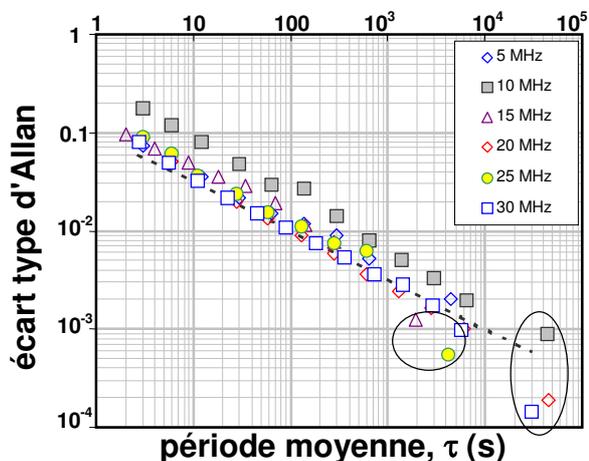


Fig. 22. - Représentation de l'écart type d'Allan en fonction de la période moyenne τ pour différentes fréquences de fonctionnement de la pompe. La ligne en pointillés correspond à la droite de pente $\tau^{-1/2}$. Le temps de mesure diffère d'une expérience à l'autre en raison d'interruptions dues à des bruits extérieurs. Les valeurs entourées par des cercles ont été calculées à partir de la formule classique de l'écart type de la moyenne.

Dans ce cas précis de régime de bruit blanc, la variance d'Allan est égale à la variance classique et l'écart type expérimental de la moyenne, donné par la racine carrée de cette variance divisée par la racine carrée du nombre d'observations, est un estimateur

sans biais de la statistique des courants mesurés. Sa valeur nous donne donc une parfaite évaluation de l'incertitude liée au bruit de la mesure (estimée par une méthode de type A [GUM]).

En d'autres termes, une incertitude de type A peut être directement lue sur la figure 22. Dans le cas de la mesure du courant avec $f = 20$ MHz et dont le temps de mesure est le plus long (12,4 h), l'incertitude de type A (1σ) atteint 600 aA (incertitude relative de $2 \cdot 10^{-4}$). Dans l'optique de la mise au point d'un étalon quantique de courant, ce résultat est encourageant.

Afin de mieux visionner les résultats obtenus pour les différentes fréquences, les écarts relatifs de la charge mesurée par rapport à la valeur $q = e$ sont reportés en figure 23.

La dispersion entre les points (fig. 23) est due au temps de mesure trop faible dans certain cas, ce qui fausse la statistique. En ce qui concerne la mesure à $f = 30$ MHz, un effet de fréquence peut être à l'origine de l'écart enregistré.

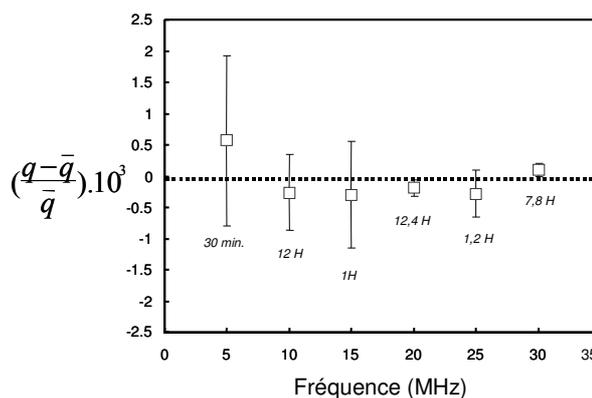


Fig. 23. - $(\frac{q - \bar{q}}{\bar{q}}) \cdot 10^3$ en fonction de la fréquence ; $q = I/f$ et \bar{q} est la valeur moyenne des q pour les différentes fréquences.

6. Autres dispositifs à un électron

Comme nous venons de le voir, une pompe à électrons permet de créer un courant électron par électron. Cependant, le courant généré est limité par la fréquence de fonctionnement appliquée aux électrodes de grille. Théoriquement, à cause du temps de fluctuation des charges sur l'îlot, on ne peut pas dépasser 1 GHz avec une pompe conventionnelle, le courant délivré est dans ce cas d'environ 100 pA. Pratiquement, des phénomènes de transferts électroniques non contrôlables viennent perturber le bon fonctionnement de la pompe pour des fréquences bien inférieures. Par exemple, pour $f = 30$ MHz et un courant $I \approx 4,8$ pA, nous avons montré que le dispositif était encore utilisable, mais le plateau commence à se rétrécir et la

valeur de 10 pA semble difficile à atteindre. D'autres sources mono-électroniques sont donc à l'étude.

6.1. La pompe à paires de Cooper

Dans notre dispositif expérimental, nous avons « tué » volontairement la supraconductivité des lignes en aluminium du circuit électronique des pompes en plaçant un aimant à proximité de l'échantillon. Mais, les physiciens ont aussi imaginé des pompes supraconductrices à paires de Cooper. Dans le cas où l'énergie de couplage Josephson E_J est supérieure à l'énergie de Coulomb E_c , celles-ci sont capables de générer un courant contrôlé de paires de Cooper d'où le nom de « *single-Cooper-pair tunneling (SCPT) pumps* ». Elles présentent l'avantage d'opérer à des fréquences plus élevées que les pompes « normales » sans augmenter le taux d'erreurs. Le transfert des paires de Cooper est un processus cohérent comparé aux passages incohérents et stochastiques des électrons dans l'état « normal ». En revanche, les fuites de quasi-particules, les transferts concomitants etc. affectent l'exactitude du dispositif. L'influence du transfert concomitant des paires peut être fortement atténuée en augmentant l'impédance locale du dispositif [25]. Cependant, le transfert de paires de Cooper est un processus beaucoup plus complexe que celui des électrons dans l'état normal. La théorie des pompes supraconductrices est encore mal connue, et les résultats sont peu nombreux.

6.2. Le dispositif SET-SAW

Le SET-SAW est un système étudié depuis des années par l'Université de Cambridge et le NPL [26] et pourrait devenir à terme une source de courant de 1 nA de qualité métrologique. Le principe de base est l'interaction d'ondes acoustiques de surface (SAW, *Surface Acoustic Wave*) avec un gaz d'électrons bidimensionnel (GE2D), formé à l'interface d'une hétérostructure GaAs-AlGaAs similaire à celle rencontrée dans les échantillons à effet Hall quantique. Le courant généré par ce dispositif est proportionnel à la fréquence de l'onde appliquée qui peut dépasser plusieurs GHz. Un schéma de la partie active du SET-SAW est donné en figure 24. En utilisant des électrodes de grille, il est possible de concentrer les électrons et former un canal mono-dimensionnel au sein du gaz 2D. Une tension suffisamment importante permet d'établir un potentiel électrostatique entre les grilles et ainsi d'annuler la densité électronique localement au milieu du canal. La barrière énergétique qui en résulte empêche les électrons de traverser la zone de rétrécissement. Un transducteur va propager une onde acoustique

dans l'échantillon et grâce aux propriétés piézoélectriques du GaAs, l'onde mécanique se transforme en onde électrique qui s'ajoute à la barrière énergétique à l'endroit du resserrement du canal. Les « creux » du signal ondulatoire agissent comme des puits de potentiel qui capturent un nombre entier d'électrons et les transportent de l'autre côté de la barrière (fig. 24c).

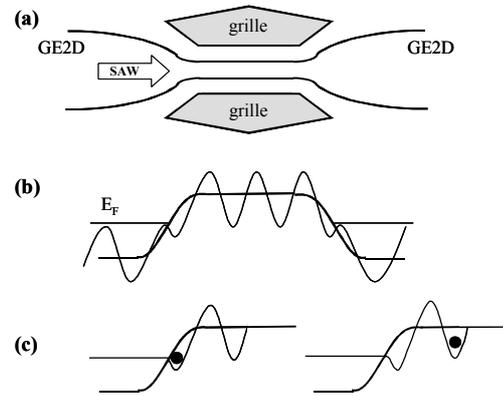


Fig. 24. - a) Vue schématique de la partie active d'un dispositif SET-SAW ;

b) Superposition du signal ondulatoire et de la barrière créée par les électrodes de grilles. Le niveau de Fermi du gaz bidimensionnel est indiqué ;

c) Les creux de la modulation de l'énergie agissent comme des « puits » de potentiel qui peuvent propager un unique électron de part et d'autre de la barrière.

Le courant quantifié continu qui s'établit s'écrit alors $I = N.e.f$. Avec N , le nombre d'électrons capturés par les « creux » et f la fréquence du signal acoustique. La répulsion Coulombienne détermine le nombre d'électrons dans les « puits » de manière à minimiser l'énergie libre du système. Ce nombre d'électrons peut être ajusté par la tension de grille et l'amplitude du signal SAW. A l'instar des pompes supraconductrices la théorie de ces systèmes est à approfondir.

6.3. Le compteur d'électrons : le rf-SET

Le transistor rf-SET décrit en figure 25 est un transistor SET qui, couplé à un circuit LC résonant, va totalement ou partiellement réfléchir un signal radiofréquence incident selon l'état de charge de son îlot. Grâce à une électrode de grille (non représentée sur fig. 25), L'état de charge de l'îlot est ajusté de telle sorte que lorsqu'un électron, qui traverse le réseau de jonctions schématisé sur la partie gauche de la figure 25, arrive au plus près de l'électrode de grille (représentée sur fig. 25) du transistor, l'état de charge de celui-ci passe de l'état passant (résistance

de quelques kilo-ohms) à l'état bloquant (résistance « infinie »).

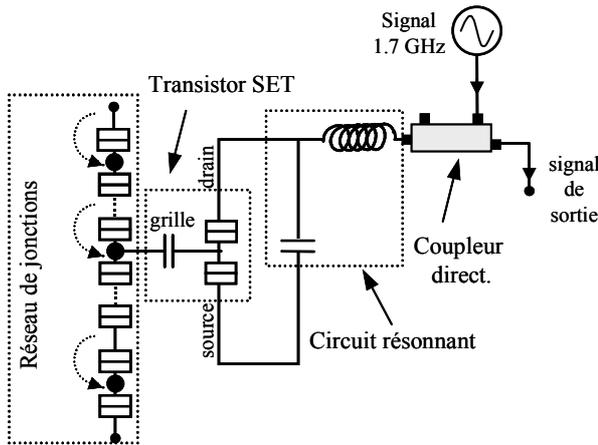


Fig. 25. - Schéma de principe d'un électromètre *rf*-SET.

Si le transistor est bloquant, le signal incident est totalement réfléchi, dans le cas contraire une partie du signal est absorbée et une chute de l'amplitude est observée en sortie. Chaque modulation du signal est « comptabilisée » et correspond au passage d'un électron. Ce dispositif est une autre voie pour établir un étalon de courant. La bande passante d'un *rf*-SET est deux ordres de grandeur plus large que celle d'un transistor SET classique [27]. Théoriquement, il est possible de mesurer des courants supérieurs à 10 pA avec une grande exactitude.

7. Applications des dispositifs mono-électroniques

7.1. En métrologie et instrumentation

7.1.1. Un étalon quantique de courant

Jusqu'à aujourd'hui, la conservation de l'ampère est réalisée par l'intermédiaire des étalons fondamentaux de résistance et de force électromotrice. Cependant, le développement de l'expérience du triangle métrologique (ETM) que nous décrivons plus bas nécessite la mise au point d'un étalon de courant. Les dispositifs SET sont particulièrement bien adaptés pour l'élaboration de cette source de courant étalon et le dispositif retenu pour refermer le triangle métrologique sera celui qui générera l'intensité de courant la plus grande, la plus reproductible, avec la plus petite incertitude. De plus, en dehors de l'intérêt que peut susciter l'ETM, un dispositif SET générateur de courant peut avoir une véritable utilité pour l'étalonnage des picoampèremètres de type commercial ou de type intégrateur (PTB ou LNE, voir fig. 26). Dans un tel montage de raccordement, le temps de montée de l'intensité du courant est mesuré

pour une variation de tension donnée ou inversement une variation de tension est mesurée au bout d'un temps connu. Ainsi, les faibles courants générés par un dispositif mono-électronique pourront servir à l'étalonnage des résistances de hautes valeurs indirectement grâce aux intégrateurs. L'industrie de l'électronique peut être intéressée par ce genre de dispositif pour la caractérisation de composants.

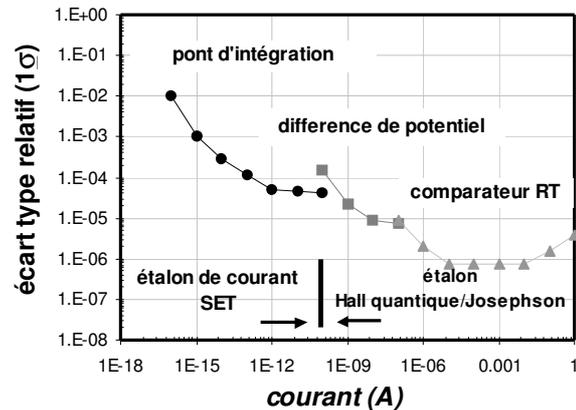


Fig.26. - Différentes méthodes d'étalonnage des faibles courants et leur écart type relatif en fonction du domaine d'intensité.

7.1.2. Le triangle métrologique

Avant 1990, les unités de force électromotrice et de résistance du Système international d'unités (SI) étaient maintenues dans les laboratoires nationaux par l'intermédiaire d'étalons matériels qui étaient comparés aux réalisations de l'ohm et du volt. Ces expériences de réalisations des unités étaient par conséquent strictement conformes aux unités SI mais leur mise en œuvre présentait toutes sortes de difficultés et donc était rarement effectuée. La maîtrise de l'effet Hall quantique (EHQ) et de l'effet Josephson (EJ) a montré la possibilité de réaliser des étalons plus stables et plus reproductibles par rapport aux étalons matériels conventionnels et a permis l'avènement de la métrologie électrique quantique. La tension, U_J , délivrée par un réseau de jonctions Josephson et la résistance de Hall du i^e plateau, $R_H(i)$ ont pour expressions :

$$U_J = n_J \cdot K_J^{-1} \cdot f_1 \quad (18)$$

$$R_H(i) = \frac{R_K}{i} \quad (19)$$

avec n_J un nombre entier et f_1 la fréquence d'irradiation du réseau de jonctions Josephson.

En raison de la dispersion des premières mesures effectuées, le Comité international des poids et mesures a décidé en 1990 de donner une valeur, par définition exacte, aux deux constantes intervenant dans les effets

EHQ et EJ, R_K et K_J . La valeur notée R_{K-90} découle d'un calcul restreint aux huit valeurs les plus significatives. Elle correspond à la moyenne arrondie des deux moyennes pondérées issues respectivement de déterminations directes de l'ohm via un étalon calculable de capacité de type Thompson-Lampard et des valeurs de h/e^2 déduites de mesures indirectes. K_{J-90} a été déduite, en partie, d'expériences faites avec un électromètre (CSIRO/NML, PTB) ou avec la balance du volt (NPL, NIST). Depuis 1990, de nombreuses comparaisons internationales impliquant ces deux étalons quantiques ont montré un niveau de cohérence de quelques 10^{-10} pour l'effet Josephson et quelques 10^{-9} pour l'effet Hall quantique. Or ceci est meilleur d'au moins deux ordres de grandeur que les incertitudes estimées, pour les valeurs K_{J-90} ($4 \cdot 10^{-7}$) et R_{K-90} ($1 \cdot 10^{-7}$) (CIPM) de K_J et R_K lorsque celles-ci sont exprimées en unités SI. On comprendra aisément pourquoi cette situation ne peut perdurer.

D'autre part, pour les physiciens, les constantes R_K et K_J correspondent aux rapports des constantes fondamentales suivantes :

$$K_J = \frac{2e}{h} \quad (20)$$

$$R_K = \frac{h}{e^2} \quad (21)$$

Ces deux expressions sont séduisantes car elles représentent respectivement l'inverse du quantum de flux, Φ_0 , et le quantum de résistance et permettraient de remplacer le SI actuel par des constantes fondamentales.

Cependant, on ne peut pas utiliser les égalités (20) et (21) dans un contexte métrologique sans en donner d'estimation.

Le Bureau national de métrologie a donc décidé de mettre au point l'ETM [28] schématisée en figure 27, consistant à appliquer la loi d'Ohm à partir des grandeurs générées par l'effet Hall quantique, l'effet Josephson et le courant délivré par un dispositif mono-électronique. Afin que la tension aux bornes de la résistance de Hall puisse être comparée à U_J , il est nécessaire d'amplifier l'intensité du courant I . A cet effet, nous utiliserons un comparateur cryogénique de courants continus (4C) avec un rapport d'enroulements N . La loi d'Ohm devient :

$$U_J = R_H(i) \cdot N \cdot I, \quad (22)$$

où I représente l'intensité de courant à la sortie d'une pompe. Il s'agit d'une intensité qui est proportionnelle au quantum de charge et il peut s'écrire :

$$I = n_1 \cdot e \cdot f_2, \quad (23)$$

où n_1 est un entier ($n_1 = 1$ dans l'état normal et $n_1 = 2$ dans le cas d'une paire de Cooper) et f_2 représente la fréquence de pompage des électrons. A l'instar de R_K et K_J , on peut définir une nouvelle constante Q_x définie comme suit :

$$Q_x = e \quad (24)$$

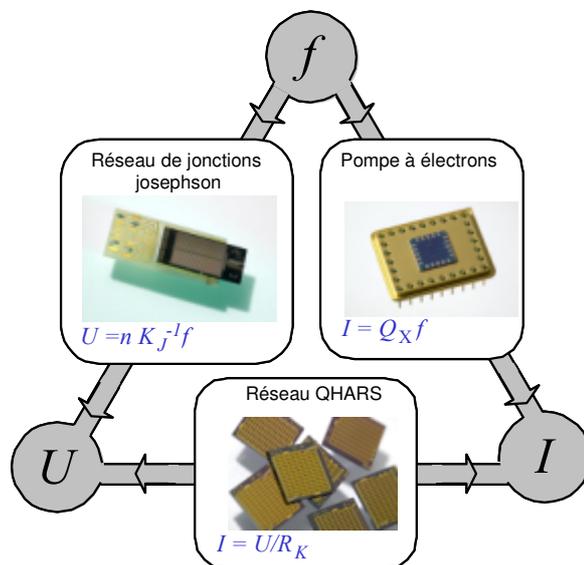


Fig. 27. - Le triangle métrologique avec des photographies des trois étalons matériels liés aux trois effets quantiques : effet Josephson, effet Hall quantique, effet monoélectronique.

Le but principal de cette expérience est de vérifier, avec une incertitude de 10^{-8} , la cohérence des constantes, et de leurs valeurs impliquées dans les trois phénomènes quantiques [2, 19, 28]. Ceci revient à vérifier l'égalité $R_K K_J Q_x = 2$.

7.1.3. Vers la réalisation d'un étalon quantique de capacité

Le développement d'un étalon de capacité à partir de dispositifs monoélectroniques est possible en suivant la définition naturelle de la capacité : transférer une charge connue entre les électrodes d'un condensateur de capacité C et mesurer la différence de potentiel qui apparaît entre ces mêmes électrodes : $C = Q/\Delta V$. L'expérience de la « capacité cryogénique » ($T = 30$ mK) se déroule en deux phases. La première phase consiste à utiliser une pompe à électrons afin de charger les armatures d'un condensateur « cryogénique » avec un nombre fini et connu N de charges. La chute de potentiel, ΔV , aux bornes du condensateur est mesurée. Dans ces conditions, la capacité est donnée par :

$$C_{cryo} = \frac{N \cdot e}{\Delta V} = \frac{N}{n \cdot f_j} \cdot K_J \cdot Q_x \quad (25)$$

La pompe est couplée à un transistor SET qui joue le rôle d'électromètre. Ce dernier agit comme un détecteur de zéro et grâce à un circuit de contre-réaction impose une tension nulle à la fois aux bornes de la pompe et de

la capacité du transistor SET. Ceci permet d'éviter les erreurs de pompage et de veiller à ce que l'ensemble des électrons générés par la pompe aient bien rejoint les armatures du condensateur cryogénique.

Lors de la deuxième phase de la mesure, la même capacité cryogénique est comparée à une autre capacité soit pour étalonner cette dernière, soit pour raccorder la capacité cryogénique à l'étalon calculable de capacité de Thomson-Lampard ou à l'EHQ. Un prototype d'une telle capacité cryogénique est actuellement opérationnelle dans plusieurs laboratoires nationaux : NIST [29], METAS, PTB. Toute la difficulté de la mesure réside dans le contrôle précis du temps de charge de l'armature. L'incertitude relative de type A du comptage moyen d'électrons annoncée par le NIST atteint $1 \cdot 10^{-7}$ et l'incertitude relative estimée de type B sur l'étalonnage du pont est de $1 \cdot 10^{-6}$. Ainsi l'étalon de capacité cryogénique basée sur un SET présente une reproductibilité de 10^{-7} . Il est aussi possible de réaliser l'expérience du triangle métrologique à partir de la capacité cryogénique [2, 29].

7.1.4. Un thermomètre absolu

J. Pekola et ses collaborateurs furent les premiers à proposer un étalon absolu de température [30 – 32] en utilisant des réseaux 1D de jonctions tunnel. Pour un réseau comportant un grand nombre de jonctions, N , le comportement du courant I en fonction de la tension de polarisation est similaire à un transistor à basses températures. Au-dessus de la température de Coulomb, les fluctuations thermiques rendent presque linéaire la courbe I - V . La courbe « en cloche » de la conductance différentielle (fig. 28) déduite de I - V possède des propriétés intéressantes.

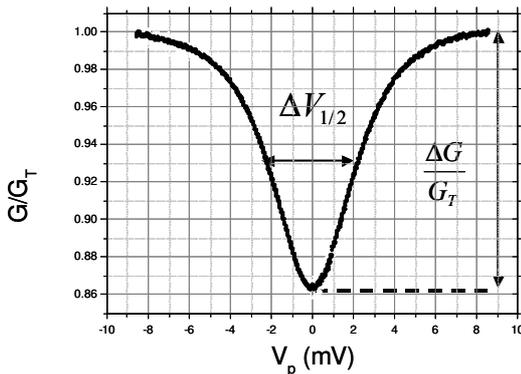


Fig. 28. - Conductance différentielle G/G_T en fonction de la tension de polarisation appliquée aux bornes de la série de jonctions ; G_T est la conductance à l'infini.

Au 1^{er} ordre, on obtient :

$$- \text{l'amplitude de la courbe : } \frac{\Delta G}{G_T} = \frac{-E_c}{6k_B T} ; \quad (26)$$

$$- \text{la largeur à mi-hauteur : } \Delta V_{1/2} = 5,439 \cdot N \cdot k_B \cdot T / e. \quad (27)$$

Les constantes fondamentales étant connues avec une très bonne incertitude, le réseau 1D de jonctions tunnel semble un bon candidat pour un étalon absolu sur un large domaine de température (de 30 mK à 30 K).

7.1.5. Des mesures spectroscopiques

Certains laboratoires de physique ont imaginé de mesurer des spectres de distribution des niveaux d'énergie de « points quantiques » (*quantum dots*) et autres « nano-objets » grâce à des dispositifs mono-électroniques. En effet, des travaux théoriques et expérimentaux ont montré qu'une discrétisation des niveaux d'énergie apparaissait lorsque les dimensions caractéristiques d'un objet avoisinaient les quelques nanomètres. Or, des mesures de spectres en énergie peuvent être envisagées par l'intermédiaire des énergies d'addition d'électrons sur des dispositifs SET faiblement polarisés dont l'îlot est remplacé par le « *quantum dot* ». Dans le cas d'une quantification forte, la distance entre les oscillations de blocage de Coulomb, ainsi que la hauteur du pic de conductance G_{\max} ($G = dI/dV_{V=0}$ en fonction de V_g) varie d'un niveau d'énergie à l'autre. L'ensemble de ces informations permet de reconstituer le spectre. Cette technique a été utilisée pour étudier la quantification en énergie de nanoparticules de métaux [33], des nanocristaux naturels [34], ou des nanotubes de carbone [35].

7.1.6. Un électromètre ultra-sensible

Les électromètres réalisés à partir de transistors SET sont six ordres de grandeur plus sensibles que les électromètres commerciaux conventionnels. Il est possible d'atteindre une sensibilité de $3 \cdot 10^{-6} \text{ e/Hz}^{1/2}$ [36]. Certains laboratoires ont publié des mesures de courants continus d'intensité extrêmement faible atteignant 10^{-20} A [37]. Les physiciens ont d'ailleurs rapidement associé les dispositifs monoélectroniques à leurs montages expérimentaux afin de mettre en évidence des phénomènes étonnants. Par exemple, ils ont mis en évidence, de manière claire, des effets de parité dans les systèmes supraconducteurs : si un îlot supraconducteur possède un nombre pair d'électrons, ces électrons sont liés sous forme de paires de Cooper [38]. Un transistor SET amélioré a apporté la première preuve de l'existence des excitations de charge fractionnée dans l'effet Hall quantique fractionnaire [39]. Des variations locales du potentiel chimique dans un gaz d'électrons 2D dans des hétérostructures GaAs/AlGaAs ont même pu être mesurées [40].

D'un point de vue technologique, il est possible de fabriquer des microscopes à effet tunnel avec un transistor SET monté sur la pointe et combinant ainsi la résolution spatiale sub-micronique et la sensibilité

« sub-monoélectronique ». Un autre champ d'investigation concerne la mise au point d'appareils capables de compter les photons. Dans un semi-conducteur, l'absorption du photon entraîne la création de paires électron-trou (exciton) qui peuvent être comptées par l'intermédiaire d'un électromètre SET.

7.1.7. Détecteur de radiation électromagnétique

Dans la partie 4.2.2.3, nous avons évoqué le fait que les dispositifs monoélectroniques étaient très sensibles aux bruits électromagnétiques. Certains groupes de chercheurs ont donc imaginé d'utiliser ces systèmes comme détecteur de radiation électromagnétique notamment dans des fréquences proches de $f \approx E_c/h$ (généralement dans l'infrarouge). La réponse des dispositifs à de telles radiations est particulière et différente du transfert tunnel photo-assisté [41].

7.1.8. Autres applications métrologiques :

Les dispositifs monoélectroniques donnent lieu à d'autres applications métrologiques :

- Détecteur de charge associé à une chambre d'ionisation, basé sur un transistor *rf*-SET ;
- Détecteur de déplacements nanométriques fonctionnant à partir d'un transistor SET couplé à un résonateur mécanique. La sensibilité atteinte est de $2 \cdot 10^{-15}$ m/Hz^{1/2} [42] ;
- Mise au point de sources mono-photoniques à partir de dispositifs SET. Différentes techniques sont utilisées, *Single Photonique Turnstile* (écluse à un photon), un point quantique (*quantum dot*) est situé entre deux réservoirs, l'un contenant des électrons, le second des trous. Le passage tunnel d'un électron entre le réservoir et le point quantique est contrôlé. La recombinaison électron-trou qui a lieu au sein du point quantique donne lieu à l'émission d'un unique photon [43]. Ces sources régulées à un photon ont plusieurs applications : cryptographie optique quantique, ordinateur quantique, étalon de brillance. Les transistors SET et les pompes à électrons peuvent être utilisés pour une caractérisation précise de ces sources mono-photoniques.

7.2. De la métrologie à la microélectronique

Depuis les années soixante, la vitesse des ordinateurs est essentiellement fonction de l'augmentation du nombre de transistors sur une surface donnée de circuit imprimé : la loi dite de Moore qui prédit un doublement tous les 18 mois s'est avérée valable ces trente dernières années. Mais cette course à la miniaturisation des microprocesseurs a un coût et surtout une limite physique. En effet, même si on compte sur des progrès sensi-

bles des moyens de gravure par lithographie, des phénomènes quantiques indésirables apparaîtront dans quelques années lorsque les couches de matériaux mises en jeu auront atteint des épaisseurs critiques (environ 12 nm).

Les industriels et les scientifiques pensent donc d'ores et déjà à des ordinateurs de conception totalement nouvelle en utilisant des systèmes à blocage de Coulomb. Les transistors mono-électroniques remplaceraient avantageusement les transistors classiques car ils sont d'autant plus efficaces que leur taille est réduite. En effet, plus l'objet est petit et plus la température de Coulomb est élevée. Pour que ces dispositifs puissent fonctionner à la température ambiante, il est nécessaire que la taille caractéristique de l'îlot soit de l'ordre de quelques nanomètres. De plus, on peut imaginer à terme des dispositifs utilisant un électron pour un bit d'information. Actuellement, trois axes sont principalement explorés :

- (i) L'électronique moléculaire : il s'agit d'utiliser des molécules chimiques ou biologiques comme composants actifs afin de remplacer le silicium dans la fabrication des transistors. Les méthodes de fabrication des dispositifs électroniques moléculaires diffèrent de celles des systèmes métalliques. En effet, la lithographie optique ou électronique est remplacée par des approches physico-chimiques exploitant les propriétés d'auto-assemblage et d'auto-organisation de molécules organiques sur des substrats pour la réalisation de films moléculaires. La première réalisation d'un transistor entièrement organique par le laboratoire des matériaux moléculaires de Thiais date de 1994 ; plusieurs groupes ont suivi. Le laboratoire de Philips à Eindhoven [45] développe aussi des circuits intégrés souples entièrement organiques (300 transistors par circuit fonctionnant à quelques kilohertz) et IBM détient le record avec 864 transistors. Ces transistors moléculaires présentent l'avantage d'être extrêmement petits et fonctionneront des milliers de fois plus rapidement qu'un ordinateur conventionnel.
- (ii) Dispositifs quantiques ou nanoélectroniques : l'idée est d'utiliser les propriétés spécifiques qui apparaissent lorsque les matériaux semi-conducteurs ou métalliques ont une dimension caractéristique de l'ordre de quelques nanomètres (« nanomatériaux »). Les chercheurs s'intéressent notamment aux « *quantum dots* » que certains voient comme des « atomes artificiels ». Leur forme et par conséquent le nombre d'électrons qu'ils con-

tiennent peuvent être contrôlés de manière extrêmement précise. Des travaux actuels sont entrepris pour tenter de manipuler les spins d'électron individuel dans un plot quantique isolé ou couplé avec d'autres dans le but de réaliser des ordinateurs quantiques dans l'état solide. Les chercheurs de l'Université de Delft suggèrent que le spin de l'électron confiné dans le « point quantique » pourrait être utilisé comme un bit quantique ou « qubit » [46]. Afin d'augmenter le nombre de « points », l'Université d'Oregon aux USA utilise des agrégats d'or fonctionnalisés. Des molécules organiques sont greffées sur les nanoparticules d'or pour les ancrer sur la surface d'un substrat afin qu'elles s'organisent en réseau 2D. Cette méthode permet de contrôler l'espace entre les plots d'or et de recouvrir ainsi le substrat d'une monocouche bien ordonnée de nanoparticules. Pour la première fois, un blocage de Coulomb a été observé à température ambiante sur des réseaux 2D et 3D de nanoparticules [47].

- (iii) Dispositifs hybrides : une troisième approche consiste à interconnecter des composants moléculaires (chacun étant réalisé avec une unique molécule) par des fils métalliques mésoscopiques (en or p. ex. [48]). A terme, les fils métalliques d'interconnexion pourront être remplacés par des nanotubes de carbone. Il s'agit de tubes nanométriques constitués d'un feuillet de graphite enroulé sur lui-même (1 nm de diamètre) et fermé par deux demi-fullerènes. Ils présentent l'étonnante propriété physique d'être vingt fois plus résistants que l'acier. Ce sont aussi des candidats possibles pour des éléments actifs dans la fabrication de dispositifs à effets de champ ou transistors à un électron.

8. Conclusion

Avec la révolution des nanotechnologies, le rêve de l'homme du vingtième siècle, manipuler la matière à l'échelle atomique, est enfin à portée de la main. Dans son fameux discours de 1959, devant un parterre d'étudiants médusés, le physicien Richard Feynmann annonce que lorsque l'homme sera capable de coder de l'information à l'échelle de l'atome, l'encyclopédie « Britannica » toute entière pourra tenir sur une tête d'épingle. Son point de vue était si visionnaire que la légende veut que dans l'assemblée se trouvent deux jeunes étudiants qui participeront, deux décennies plus tard, à la mise au point chez IBM du premier micros-

cope à effet tunnel et écriront grâce à la pointe de leur microscope les lettres I, B et M avec des atomes.

La miniaturisation est depuis les années soixante, l'obsession des microélectroniciens. Or, les systèmes nanométriques imaginés et conçus dans les laboratoires de physique et de chimie se révèlent être de puissants outils pour les applications à venir. Les microprocesseurs du futur allieront très probablement physique quantique et nanostructures. Dans ce contexte, la métrologie ne doit pas rester à l'écart de toutes ces évolutions technologiques. En effet, les phénomènes qui mettent en jeu la mécanique quantique, s'ils sont bien maîtrisés, sont naturellement extrêmement précis et d'une reproductibilité infinie. Ils sont par conséquent particulièrement adaptés aux applications métrologiques. Depuis 1990, les effets Hall quantique et Josephson remplacent déjà les étalons conventionnels. La métrologie de l'ampère pourrait bien à terme bénéficier de l'avancée technologique du domaine des dispositifs à un électron. Un étalon quantique de courant pourra voir le jour, lorsque l'on sera capable de vérifier l'exactitude à 10^{-8} d'un courant dont l'intensité serait de quelques nanoampères. De plus, aucune limitation théorique n'empêche les dispositifs monoélectroniques de fonctionner à température ambiante et les futures technologies de nanolithographie seront capables de fabriquer des capacités inférieures à 5 aF. Cependant, l'intensité électrique générée par les dispositifs actuels est limitée par des phénomènes qui tendent à augmenter le taux d'erreurs de transfert et affectent de manière sensible l'exactitude. Dans ce domaine, la recherche fondamentale débute mais de grands espoirs se concentrent sur de nouvelles pompes à paires de Cooper. Cependant, les pompes ou les électromètres actuels qui délivrent ou mesurent une intensité de quelques picoampères joueront certainement un rôle déterminant dans la mesure des très faibles courants qui deviendront, dans un avenir proche, de plus en plus présents dans la micro- et la nano-électronique.

Références

- [1] GENEVÈS G. et coll., *IEEE trans. Instr. And Meas.*, **54**, n° 2, 2005, 850.
- [2] PIQUEMAL F., *Revue des Techniques de l'Ingénieur*, **R905** et **Doc R905**, 2003.
- [3] DEVORET M.H., ESTEVE D., LAFARGE P., POTIER H., ORFILA P.F. et URBINA C., *Bulletin du BNM*, 86, 1991, 7-25 ;
DEVORET M.H., « *Single charge tunneling Coulomb blockade phenomena in nanostructures* », Ed. Grabert H. ;
DEVORET M.H., series B : Physics, **294**, NATO ASI series, Plenum Press, 1992.

- [4] AVERIN D.V. et LIHKAREV K.K., *J. Low Temp. Phys.*, **62**, 1986, 345.
- [5] BINNIG G., ROHRER H., GERBER C.H. et WEIBEL E., *Appl. Phys. Lett.*, **40**, 1982, 178 ;
BINNIG G., ROHRER H., GERBER C.H. et WEIBEL E., *Phys. Rev. Lett.*, **49**, 1982, 57.
- [6] DE BROGLIE L., *C. R. Acad. Sci.*, **180**, 1925, 498-500 ;
DE BROGLIE L., *C. R. Acad. Sci.*, **183**, 1926, 272-274 ;
DE BROGLIE L., *C. R. Acad. Sci.*, **185**, 1927, 1118-1119.
- [7] OPPENHEIMER J.R., *Phys. Rev.*, **31**, 1928, 66.
- [8] OPPENHEIMER J.R., *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **14**, 1928, 363.
- [9] FRENKEL, *Phys. Rev.*, **36**, 1930, 1604-1618.
- [10] KULIK I.O. et SHEKHTER R.I., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **62**, 1975, 623-640 (*Sov. Phys.-JETP*, **41**, 308-316).
- [11] JENSEN H.D., MARTINIS J.M., *Phys. Rev. B*, **46** (20), 1992, 13407.
- [12] ZORIN A.B., LOTKHOV S.V., ZANGERLE H. et NIEMEYER J., *J. Appl. Phys.*, **88**, 2000, 2665.
- [13] LOTKHOV S.V., ZANGERLE H., ZORIN A.B. et NIEMEYER J., *Appl. Phys. Lett.*, **75**, 1999, 2665.
- [14] LOTKHOV S.V., BOGOSLOVSKY S.A., ZORIN A.B. et NIEMEYER J., *CPEM Digest*, 2000, 319.
- [15] IWASA A., FUKUSHIMA A. et ODINTSOV A.A., *Jpn. J. Appl. Phys.*, **34**, 1995, 5871.
- [16] KRUPENIN V.A., PRESNOV D.E., ZORIN A.B. et NIEMEYER J., *Journal of low temperature physics*, **118** (5/6), 2000, 287.
- [17] GAY F., PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, 2000, 4592-4595.
- [18] DE WILDE Y., GAY F., PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **50**, 2001, 231-234.
- [19] PIQUEMAL F., *Bulletin du BNM*, **116**, 1999.
- [20] VION D., ORFILA P.F., JOYEZ P., ESTEVE D. et DEVORET M.H., *J. Appl. Phys.*, **77**, 1995, 2519.
- [21] FELTIN N., DEVOILLE L., PIQUEMAL F., LOTKHOV S.V. et ZORIN A., *IEEE, Transactions on Instrumentation and Measurements*, **52**, n° 2, 2003, 599.
- [22] ALLAN D.W., *IEEE Trans. Instr. and Meas.*, **36**, 1987, 646.
- [23] WITT T., *IEEE Trans. Instr. Measur.*, **50**, n° 2, 2001, 445.
- [24] WITT T., *IEEE Trans. Instr. Measur.*, **46**, n° 2, 1997, 318.
- [25] ZORIN A.B., BOGOSLOVSKY S.A., LOTKHOV S.V. et NIEMEYER J., *cond-mat/0012177* (2000).
- [26] FLETCHER N.E., EBEBECKE J., JANSSEN T.J.B.M., AHLERS F.J., PEPPER M., BEERE H.E. et RITCHIE D.A., *Phys. Rev. B*, **68**, 2003, 245310-1-245310-3.
- [27] SCHOELKOPF R.J., WAHLGREN P., KOZHEVNIKOV A.A., DELSING P. et PROBER D.E., *Science*, **280**, 1998, 1238.
- [28] PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., *Metrologia*, **37**, 2000, 207-211.
- [29] KELLER M.W., EICHENBERGER A.L., MARTINIS J.M. et ZIMMERMAN N.M., *Science*, **285**, 1999, 1706.
- [30] PEKOLA J.K., HIRVI K.P., KAUPPINEN J.P. et PAALANEN M.A., *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 1994, 2903-2906.
- [31] HIRVI K.P., KAUPPINEN J.P., KOROTKOV A.N., PAALANEN M.A. et PEKOLA J.K., *Appl. Phys. Lett.*, **67**, 1995, 20-96-2098 ;
HIRVI K.P., PAALANEN M.A. et PEKOLA J.K., *J. Appl. Phys.*, **80**, 1996, 256-263.
- [32] FARHANGFAR Sh., HIRVI K.P., KAUPPINEN J.P., PEKOLA J.P., TOPPARI J.J., AVERIN D.V., et KOROTKOV A.N., *J. Low Temp. Phys.*, **108**, 1997, 191-215.
- [33] RALPH D.C., BLACK C.T. et TINKHAM M., *Phys. Rev Lett.*, **74**, 1995, 3241-3244.
- [34] KLEIN D.L., MCEUEN P.L., BOWEN KATARI J.E., ROTH R. et ALIVISATOS A.P., *Appl. Phys. Lett.*, **68**, 1996, 2574-2576.
- [35] BOCKRATH M., COBDEN D.H., MCEUEN P.L., CHOPRA N.G., ZETTL A., TESS A. et SMALLEY R.E., *Science*, **275**, 1997, 1922-1925.
- [36] AASSIME A., GUNNARSSON D., BLADH K., DELSING P. et SCHOELKOPF R.J., *Appl. Phys. Lett.*, **79**, 2001, 4031.
- [37] CLELAND A.N., ESTEVE D., URBINA C. et DEVORET M.H., *Appl. Phys. Lett.*, **61**, 1992, 2820-2822.
- [38] LAFARGE P., JOYES P., ESTEVE D., URBINA C. et DEVORET M.H., *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1993, 994-997 ;
LAFARGE P., JOYES P., ESTEVE D., URBINA C. et DEVORET M.H., *Nature*, **365**, 1993, 422-424.
- [39] GOLDMANAND V.J. et SU B., *Science*, **267**, 1995, 1010-1012.
- [40] WEI Y.Y., WEIS J., V. KLITZING K. et EBERL K., *Appl. Phys. Lett.*, **71**, 1997, 2514-2516.
- [41] LIKHAREV K.K. et DEVYATOV I.A., *Physica B*, **194-196**, 1994, 1341-1342.
- [42] KNOBEL R.G et CLELAND A.N., *Nature*, **424**, 2003, 291.
- [43] IMAMOGLU A., *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 1994, 210.
- [44] AVIRAM A. et RATNER M., *Chem. Phys. Lett.*, **29**, 1974, 277.
- [45] ZIEMELIS K., *Nature*, **393**, 1998, 619-620.
- [46] KOUWENHOVEN L.P. et al., « *Electron transport in quantum dots Mesoscopic Electron Transport* », Ed. L L Sohn, L P Kouwenhoven and G Schoen (NATO Series, Kluwer, Dordrecht), 1997.
- [47] WARNER M.G. et HUTCHISON J.E., *Nat. Mater.*, **2**, 2003, 272.
- [48] PATRONE L., PALACIN S., CHARLIER J., ARMAND F., BOURGOIN J.P., GAUTHIER S., *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 2003, 96802.

ANNEXE 1

Calcul de la variation d'énergie libre pour une double jonction tunnel

On considère le schéma de la figure 2. Chaque jonction peut être considérée comme une simple capacité qui « fuit » à un instant donné. Ce point de vue est vérifié si entre chaque événement tunnel le système a le temps de relaxer vers l'équilibre électrostatique et si les transferts de charges sont suffisamment rapides.

La différence de potentiel aux bornes de chaque jonction s'écrit :

$$V_1 = \frac{C_2 V_p + n.e}{C_\Sigma} \quad (A1)$$

$$V_2 = \frac{C_1 V_p - n.e}{C_\Sigma} \quad (A2)$$

avec $C_\Sigma = C_1 + C_2$.

De plus, l'énergie électrostatique stockée par l'ensemble des deux jonctions s'écrit :

$$E_c = \frac{Q_1^2}{2.C_1} + \frac{Q_2^2}{2.C_2} = \frac{1}{2C_\Sigma} [V_p^2 C_1 C_2 + (ne)^2]. \quad (A3)$$

En ce qui concerne le travail des sources, il est nécessaire de faire un raisonnement un peu subtil. On suppose, par exemple, qu'un électron traverse la première jonction. La charge de l'îlot et des armatures droite (Q_1^-) et gauche (Q_1^+) de la première jonction vont donc changer. Ceci va entraîner un déséquilibre électrostatique et la source va devoir s'opposer à la différence de

potentiel créée par la présence de la charge sur l'îlot. La tension V_1 lors de cet événement tunnel varie d'une quantité $\frac{-e}{C_\Sigma}$ correspondant à une charge $\frac{-e.C_1}{C_\Sigma}$. Mais

afin de retrouver l'équilibre électrostatique formulé en (8) la source de tension V_p doit apporter la charge de polarisation totale. Ainsi le travail fourni pour le passage de n_1 électrons à travers la première jonction puis de n_2 électrons à travers la seconde devient :

$$W_1 = -\frac{n_1 e V_p C_2}{C_\Sigma} \quad (A4)$$

$$W_2 = -\frac{n_2 e V_p C_1}{C_\Sigma}. \quad (A5)$$

Ainsi, on peut en déduire la variation d'énergie libre : $\Delta F = \Delta E_C - \Delta W$

$$\Delta F_1^\pm = F(n_1 \pm 1, n_2) - F(n_1, n_2) = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm (V_p C_2 + ne) \right) = \frac{e^2}{2C_\Sigma} \pm eV$$

$$\Delta F_2^\pm = F(n_1, n_2 \pm 1) - F(n_1, n_2) = \frac{e}{C_\Sigma} \left(\frac{e}{2} \pm (V_p C_1 - ne) \right) = \frac{e^2}{2C_\Sigma} \pm eV_2$$

ANNEXE 2

Construction du diagramme de stabilité pour une pompe à trois jonctions

Dans une pompe à trois jonctions, l'énergie électrostatique est définie par la configuration (n_1, n_2) des électrons en excès, des tensions de grille, et de la tension de polarisation aux bornes du dispositif mono-électronique. Dans le cas où les résistances tunnel et les capacités sont similaires (fig. 15), l'équilibre électrostatique s'écrit :

$$-n_1.e = Q_2 - Q_1 - Q_{g1} \quad (B1)$$

$$-n_2.e = Q_3 - Q_2 - Q_{g2} \quad (B2)$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (B3)$$

En première approximation, les capacités des électrodes de grille sont négligeables devant celle des jonctions, $C_g \ll C$. Conséquemment, la composante de l'énergie électrostatique liée aux jonctions est prédominante. L'énergie électrostatique totale s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2C} \cdot (Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2) \\ &= \frac{1}{6C} \{ (n_1.e - Q_{g1})^2 + (n_2.e - Q_{g2})^2 + (n_1.e + n_2.e - Q_{g1} - Q_{g2})^2 \} \end{aligned} \quad (B4)$$

en définissant $Q_{g1} = C_g V_{g1}$ et $Q_{g2} = C_g V_{g2}$.

Nous notons $E_c(n_1, n_2)$, l'énergie électrostatique de la configuration d'électrons (n_1, n_2) en excès sur l'îlot 1 et l'îlot 2. Pour déterminer la région où $(n_1, n_2) = (0,0)$ est stable dans le plan $Q_{g1}/e \otimes Q_{g2}/e$, il suffit de résoudre six inégalités entre $E_c(0,0)$ et les énergies $E_c(1,0)$,

$E_c(-1,0)$, $E_c(0,1)$, $E_c(0,-1)$, $E_c(1,-1)$ et $E_c(-1,1)$ des six configurations voisines. La surface obtenue en forme d'hexagone allongé est représentée en figure B1. En translatant, dans le plan $Q_{g1}/e \otimes Q_{g2}/e$, la surface correspondante à la configuration $(0,0)$ on peut construire le reste du diagramme. En effet, les calculs restent inchangés quelle que soit la configuration considérée. On remarque que le diagramme forme un réseau quadratique. Les points triples (fig. B1) sont communs à trois régions stables. Un calcul simple aboutit aux coordonnées $(1/3, 1/3)$ du point triple appartenant à $(0,0)$, $(0,1)$ et $(1,0)$.

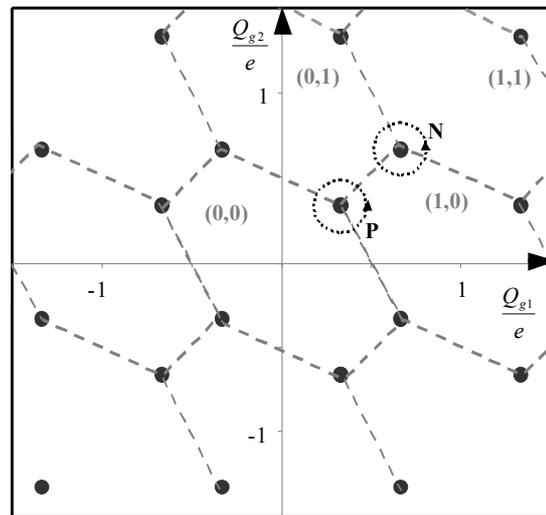


Fig. B1. - Réseau en nids d'abeille construit d'après la relation (B4).